

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ КАЧЕСТВА ПРИ РАСШИФРОВКЕ ИНТЕРФЕРОГРАММЫ МЕТОДОМ ФУРЬЕ

**А.В. Столяров**

sstolyarov25@gmail.com

SPIN-код: 4461-7597

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация*

Исследование оптимальных параметров при расшифровке интерферограммы методом Фурье является важной задачей и имеет большое значение в области оптической интерферометрии. В данной работе проведен анализ оптимальных параметров, влияющих на точность расшифровки интерферограммы с полосами равного наклона при использовании метода Фурье. Найдены оптимальные параметры расшифровки, такие как качество и размеры изображения интерферограммы, а также типы фильтрации и параметры алгоритмов разворачивания фазы. Результаты показывают, как эти параметры влияют на корректность результатов и погрешность при расшифровке одиночной интерферограммы. Полученные данные можно использовать для выбора и оптимизации ключевых параметров при расшифровке интерферограмм методом Фурье, что позволяет повысить точность и достоверность измерений.

**Ключевые слова:** расшифровка интерферограммы, оптимальные параметры расшифровки, расшифровка методом Фурье, извлечение фазы, измерение формы поверхности

**Введение.** Интерферометрия применяется в различных областях науки и техники. Особенно востребованы интерференционные методы измерения при контроле формы поверхностей оптических деталей для астрономии и космических исследований, где критически важна высокая точность и бесконтактность измерений. После регистрации интерферограммы возникает необходимость в ее расшифровке для дальнейшего извлечения фазовой информации.

Существует несколько методов расшифровки интерферограммы. Одними из основных являются метод выделения координат экстремумов интерференционных полос, гетеродинный метод, фазофиксирующий метод, фазосдвигающий метод и метод Фурье [1].

Метод Фурье был впервые предложен М. Такеда и другими (1982) [2]. И получил широкое распространение благодаря простоте, легкой реализации в техническом плане. К преимуществам данного метода и можно отнести то, что для реализации требуется только одна интерферограмма, а не серия снимков, что позволяет избежать проблем с вибрацией и турбулентностью во время проведения измерений.

**Методы.** Метод расшифровки Фурье основан на анализе и фильтрации изображения интерферограммы в частотной области и относится к методам с линейной пространственной несущей [3], для реализации которых требуется большое число интерференционных полос.

Расшифровка одиночной интерферограммы методом Фурье включает в себя следующие операции:

- преобразование Фурье (FT) интерферограммы;
- фильтрация области с несущими частотами;
- сдвиг отфильтрованной области с несущими частотами в начало координат частотной плоскости Фурье;
- обратное преобразование Фурье (IFT) отфильтрованной области;
- вычисление обратного тангенса отношения мнимой к реальной части функции;
- разворачивание фазы.

Изображение интерферограммы записывается в комплексной форме в виде уравнения функции  $I(x, y)$ :

$$I(x, y) = G(x, y) + H(x, y) \exp[i2\pi\nu x] + H^*(x, y) \exp[-i2\pi\nu x],$$

где  $I(x, y)$  — функция распределения интенсивности по полю интерферограммы;  $G(x, y)$  — функция постоянной составляющей интенсивности;  $H(x, y)$  — функция пространственной несущей;  $\nu$  — несущая пространственная частота; \* — символ комплексного сопряжения.

$$H(x, y) = 0,5B(x, y) \exp[i\varphi(x, y)].$$

Функция распределения интенсивности интерферограммы  $I(x, y)$  переносится из пространственной в частотную область, используя преобразование Фурье и ряд его свойств:

$$\tilde{I}(\nu_x, \nu_y) = \tilde{G}(\nu_x, \nu_y) + \tilde{H}(\nu_x - \nu_0, \nu_y) + \tilde{H}^*(\nu_x + \nu_0, \nu_y)$$

где  $\tilde{I}(\nu_x, \nu_y)$  — функция распределения интенсивности интерферограммы в частотной области;  $\tilde{G}(\nu_x, \nu_y)$  — область частот постоянной составляющей интенсивности;  $\tilde{H}(\nu_x - \nu_0, \nu_y)$  — область несущих частот.

После этого проводится фильтрация области с несущими частотами, обычно с использованием полосовой фильтрации различными функциями. Резкое или плавное обнуляются все значения функции за пределами границ фильтра.

Важно отметить, что область выделения с несущими частотами должна находиться в зоне положительного лепестка частот, в противном случае при вычислении фаза будет инвертирована:

$$\tilde{I}(v_x, v_y) = \tilde{H}(v_x - v_0, v_y).$$

Далее отфильтрованная область несущих частот сдвигается в начало частотных координат Фурье плоскости (на место нулевой частоты  $v_0$ ):

$$\tilde{I}(v_x, v_y) = \tilde{H}(v_x, v_y).$$

Затем переносится функция обратно в пространственную область, используя обратное преобразование Фурье, получается следующее уравнение:

$$H(x, y) = 0,5B(x, y) \exp[i\varphi(x, y)].$$

На следующем шаге вычисляется обратный тангенс от отношения мнимой и реальной части полученной функции для нахождения фазы волнового фронта:

$$\varphi(x, y) = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\operatorname{Im}\{H(x, y)\}}{\operatorname{Re}\{H(x, y)\}}.$$

После нахождения фазы волнового фронта выполняется разворачивание фазы для того, чтобы устранить  $2\pi$ -неоднозначности (фазовые разрывы). В основном для этого применяют встроенные инструменты или готовые алгоритмы используемых программных сред.

**Эксперимент.** На каждом этапе операций есть факторы и параметры, которые в разной степени влияют на корректность результатов измерений и точность извлечения фазы из интерферограммы.

Для анализа этих факторов были разработаны два алгоритма в программной среде MATLAB. Первый алгоритм позволяет с помощью полиномов Цернике смоделировать фазу волнового фронта (рис. 1, а) и интерферограмму, а также вычислить ключевые параметры — Peak-to-Value ( $PV$ ) и Root-Mean-Square ( $RMS$ ) поверхности фазы. Второй алгоритм выполняет обратные операции: извлекает фазу из интерферограммы и на основе расшифровки вычисляет ключевые параметры. Погрешность восстановления для синтезированной интерферограммы составила 11,46 % для  $PV$  и 7,63 % для  $RMS$ . Данная погрешность вызвана в основном краевыми эффектами при работе алгоритма (рис. 1, б).

Посредством изменения различных условий, таких как качественная и количественная информация интерферограммы (количество полос, вели-

чина модуляции фазы, наличие шумов), типы фильтров и их параметры, а также последовательность действий при обработке и другие особенности, будут сделаны выводы о том, какие факторы и параметры в наибольшей степени влияют на корректность полученных результатов и значение погрешностей при расшифровке интерферограмм.

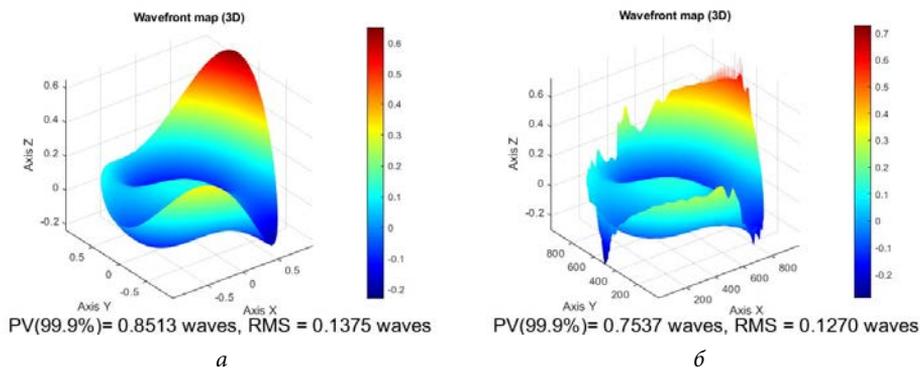


Рис. 1. Фаза волнового фронта:

*a* — смоделированная; *б* — восстановленная из интерферограммы

Начать необходимо с различных шумов на изображении интерферограммы. Зашумленность исходного изображения после преобразования переносится в спектральную область, что приводит к небольшим дополнительным погрешностям при извлечении фазы. Для минимизации шумов матричного приемника излучения используется цифровая обработка изображения, такая как сглаживающая фильтрация (гауссова или медианная фильтрация).

Важным параметром остается количество интерференционных полос, поскольку при малой линейной частоте происходит наложение спектров областей несущих частот на область частот постоянной составляющей интенсивности.

Вследствие особенностей работы компьютерных алгоритмов с матричными массивами данных на корректность расшифровки влияет ориентация интерференционных полос, и наибольшую точность обеспечивает горизонтальная и вертикальная ориентация.

Наибольшая погрешность на начальном этапе расшифровки вносится конечным размером приемной апертуры. Из-за дифракционных эффектов пики в Фурье пространстве уширяются, и в случае круговой апертуры возникают расходящиеся круговые структуры вокруг областей частот, необходимых для извлечения фазовой составляющей. Этот эффект, обусловленный

конечной границей интерферограммы, существенно уменьшается несколькими способами: использованием оконного преобразования Фурье (WFT) с фильтрацией функциями Хэмминга или Ханна.

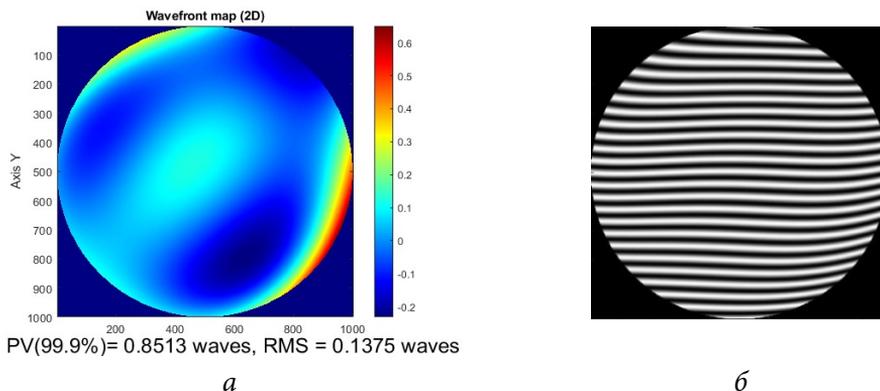


Рис. 2. Результаты модуляции:

*a* — фаза волнового фронта; *б* — интерферограмма

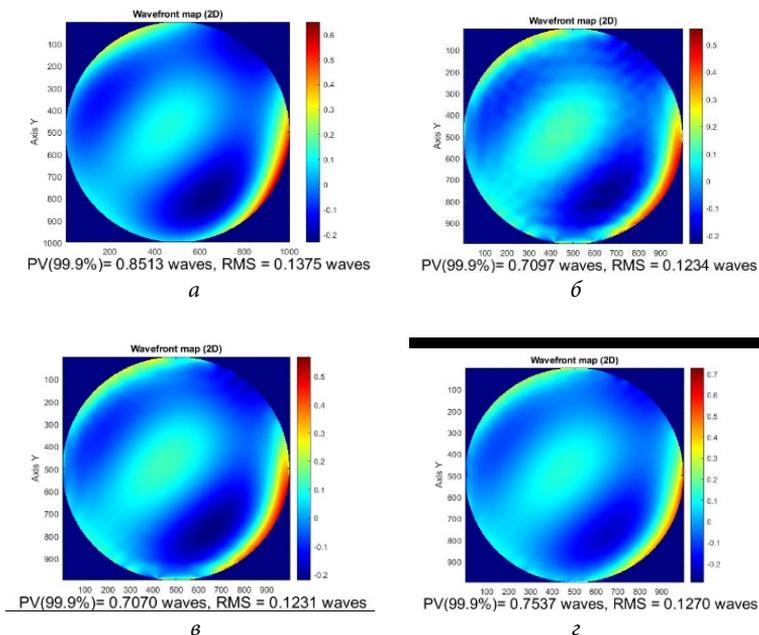


Рис. 3. Фаза волнового фронта:

*a* — смоделированная; *б* — восстановленная, полученная после расшифровки интерферограммы с фильтрацией круговой функцией; *в* — с фильтрацией функцией Хэмминга; *г* — с фильтрацией функцией Ханна

Результаты вычисления фазы волнового фронта с применением разных фильтров над интерферограммой показаны на рис. 3.

Наиболее точно позволяет восстановить фазу волнового фронта использование функции Ханна при фильтрации изображения интерферограммы. В случае применения фильтрации функцией Ханна улучшается качество фазовой поверхности, устраняется гармоническая модуляция, точность вычисления параметра  $PV$  возрастает на 5,16 %,  $RMS$  на 2,61 % по сравнению с применением кругового фильтра.

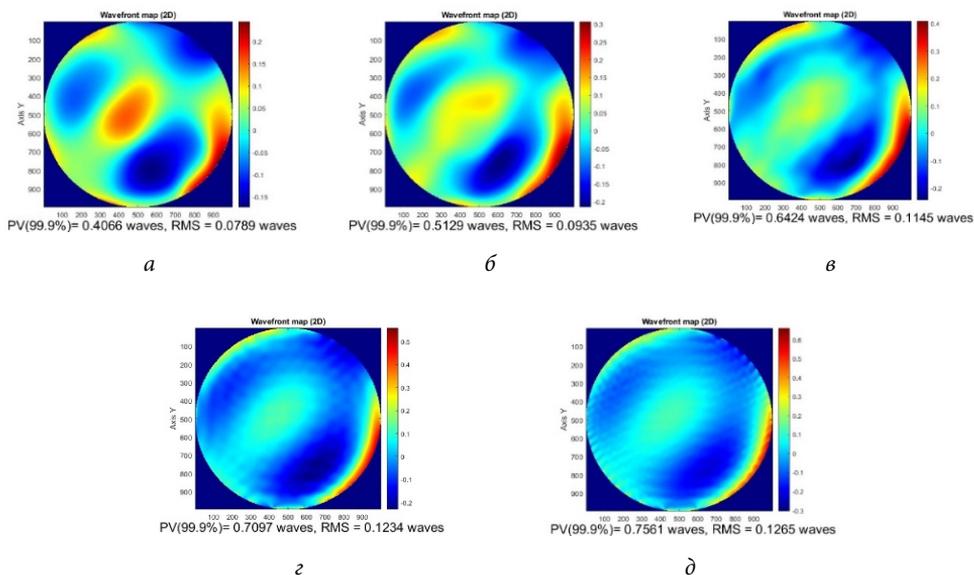
Таблица 1

**Погрешности при расшифровке интерферограммы с использованием разных фильтрующих функций**

Погрешности параметров	Функция фильтра		
	Круговая (circ)	Хэмминга	Ханна
$\delta PV$	0,1416 $\lambda$ (16,63 %)	0,1443 $\lambda$ (16,95 %)	0,0976 $\lambda$ (11,46 %)
$\delta RMS$	0,0141 $\lambda$ (10,25 %)	0,0144 $\lambda$ (10,47 %)	0,0105 $\lambda$ (7,63 %)

Еще одним способом является экстраполяция интерференционных полос за пределы конечных границ, это возможно реализовать с помощью метода Герчберга (1974) [4] или метода Роддье и Роддье (1987) [5]. Третий способ представляет собой грубую экстраполяцию — дорисовку интерференционных полос с помощью алгоритма и его программной реализации. Подобным образом на качество расшифровки интерферограммы влияет наличие внутреннего отверстия у оптической детали, где проходит внутренняя граница интерференционных полос. Этот эффект также минимизируется с помощью метода экстраполяции, упомянутого ранее.

Следующим этапом расшифровки является фильтрация области несущих частот и сдвиг на начало частотных координат. Существует несколько важных аспектов, касающихся применения различных типов фильтров. Возможно использование как резкой, так и более плавной фильтрации. К резкой фильтрации относятся двумерные функции с дискретным спадом кривой, такие как прямоугольная или круговая функция. Плавная фильтрация, более предпочтительная для фазовой характеристики, включает использование функции Хэмминга или функции Ханна. Размер фильтрующей функции определяет, каким количеством частот будет описана фазовая поверхность. Чем больше размер фильтра, тем более детально будет восстановлена поверхность. Необходимо выбирать оптимальный размер фильтра, так как при слишком большой ширине фильтрующей функции могут возникать гармонические искажения.



**Рис. 4.** Восстановленная фаза волнового фронта с различной шириной фильтра:  
 а — 3 пикселя; б — 6 пикселей; в — 12 пикселей; г — 24 пикселя; д — 48 пикселей

Как видно на рис. 4 и в табл. 2, малый размер фильтрующей функции в частотной области не дает в полной мере описать поверхность фазы волнового фронта, что приводит к увеличению погрешности при восстановлении волнового фронта и вычислении  $PV$  и  $RMS$ . Оптимальной шириной фильтра, в случае расшифровки изображения одиночной интерферограммы (см. рис. 2, б) размером  $1000 \times 1000$  пикселей с похожими наборами полиномов и количеством интерференционных полос, будет 48 пикселей, поскольку при таком размере фильтра будет осуществляться наилучшее восстановление фазы волнового фронта.

Таблица 2

**Погрешности при расшифровке интерферограммы с использованием разной ширины фильтра**

Погрешности параметров	Ширина фильтра (пикселей)				
	3	6	12	24	48
$\delta PV$	0,4447 $\lambda$ (52,23 %)	0,3384 $\lambda$ (39,75 %)	0,2089 $\lambda$ (24,53 %)	0,1416 $\lambda$ (16,63 %)	0,0951 $\lambda$ (11,18 %)
$\delta RMS$	0,0586 $\lambda$ (42,61 %)	0,044 $\lambda$ (32 %)	0,023 $\lambda$ (16,72 %)	0,0141 $\lambda$ (11,46 %)	0,011 $\lambda$ (8 %)

Середина или пиковое значение функции маски фильтра в большинстве случаев должно накладываться на несущую частоту с максимальной интенсивностью. Однако существуют aberrации (формы волновых фронтов), у которых несущие частоты в Фурье пространстве представляют собой не область с явно выраженным пиком интенсивности, а область с набором симметричных или несимметричных пиков. В таких случаях наложение середины или пикового значения функции фильтра приводит к некорректным результатам.

Основные неточности и ошибки возникают при разворачивании фазы, именно на этом шаге обработки вносится наибольшая погрешность. На точность этого этапа влияют многие факторы, начиная с изначального качества изображения интерферограммы и заканчивая алгоритмами разворачивания фазы. Современные встроенные алгоритмы в различных программных средах достаточно просты и требовательны к выраженности фазовых разрывов. В основном они разворачивают фазу с определенной горизонтальной или вертикальной разверткой (только по столбцам или только по строкам матричного массива данных), что приводит к дополнительным фазовым выбросам и увеличению погрешности. Из-за особенностей формы поверхности оптических деталей и aberrаций волнового фронта в большинстве случаев требуется разворачивание фазы от центра к краям по расходящейся траектории. В связи с этим возникает необходимость разработки более сложных алгоритмов разворачивания и поиска новых подходов для решения этой задачи.

**Заключение.** В данной статье были исследованы параметры, влияющие на корректность результатов и погрешности при расшифровке интерферограммы методом Фурье. Экспериментальные результаты позволили определить оптимальные параметры при расшифровке одиночных интерферограмм с полосами равного наклона методом Фурье.

Результаты исследований показали влияние качества интерферограммы, размера ограничивающей приемной апертуры, типов фильтрации и их параметров, а также алгоритмов разворачивания фазы на корректность расшифровки интерферограммы методом Фурье. Предложенные в работе инструменты и методы позволяют компенсировать некоторые аппаратные и методические погрешности, минимизировать значение ошибок, а также учитывать важные параметры и условия при расшифровке интерферограмм.

## Литература

- [1] Романова Г.Э., Парпин М.А., Серегин Д.А. *Компьютерные методы контроля оптики*. Санкт-Петербург, СПбГУ ИТМО, 2011, 190 с.
- [2] Takeda M., Ina H., Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *JosA*, 1982, vol. 72, iss. 1, pp. 156–160. <https://doi.org/10.1364/JOSA.72.00015>

- [3] Malacara Z., Servin M. *Interferogram analysis for optical testing*. London, CRC press, 2018.
- [4] Gerchberg R.W. Super-resolution through error energy reduction. *Optica Acta: International Journal of Optics*, 1974, vol. 21, no. 9, pp. 709–720. <https://doi.org/10.1080/713818946>
- [5] Roddier C., Roddier F. Interferogram analysis using Fourier transform techniques. *Applied optics*, 1987, vol. 26, no. 9, pp. 1668–1673. <https://doi.org/10.1364/ao.26.001668>
- [6] ГОСТ 25142–82. *Шероховатость поверхности. Термины и определения*. Москва, Стандартинформ, 2018.
- [7] ISO 10110–5:2015. *Optics and photonics — Preparation of drawings for optical elements and systems. Part 5. Surface form tolerances*. ISO, 2015.
- [8] Zhao Z. et al. Robust 2D phase unwrapping algorithm based on the transport of intensity equation. *Measurement Science and Technology*, 2018, vol. 30, no. 1, art. 015201. <https://doi.org/10.1088/1361-6501/aaec5c>
- [9] Goodwin E.P., Wyant J.C. *Field guide to interferometric optical testing*. Bellingham, WA, SPIE, 2006.
- [10] Malacara D., ed. *Optical shop testing*. John Wiley & Sons, 2007, vol. 59.72, no. 1, pp. 156–160.
- [11] Novák J. Computer analysis of interference fields using Matlab. *MATLAB conference*, 2002, pp. 406–410.
- [12] [Macy W.W. Two-dimensional fringe-pattern analysis. *Applied Optics*, 1983, vol. 22, no. 23, pp. 3898–3901. <https://doi.org/10.1364/AO.22.003898>
- [13] Wyant J.C., Creath K. Basic wavefront aberration theory for optical metrology. *Applied optics and optical engineering*, 1992, vol. 11, part 2, pp. 28–39.

**Поступила в редакцию 13.06.2024**

**Столяров Александр Вячеславович** — студент магистратуры кафедры «Лазерные и оптико-электронные системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Научный руководитель** — Гладышева Яна Владимировна, кандидат технических наук, руководитель учебно-исследовательской лаборатории современных проблем фотоники, НОЦ «Фотоника и ИК-техника», доцент кафедры «Лазерные и оптико-электронные системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:**

Столяров А.В. Исследование оптимальных параметров качества при расшифровке интерферограммы методом Фурье. *Политехнический молодежный журнал*, 2024, № 05 (94). URL: <https://ptsj.bmstu.ru/catalog/iemim/las/1003.html>

## STUDY OF THE OPTIMAL QUALITY PARAMETERS IN INTERFEROGRAM DECODING WITH THE FOURIER METHOD

**A.V. Stolyarov**

sstolyarov25@gmail.com

SPIN-code: 4461-7597

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation*

Studying the optimal parameters in interferogram decoding with the Fourier method appears to be an important task and is of great importance in the optical interferometry. The paper provides an analysis of the optimal parameters affecting the interferogram decoding accuracy with the equal-slope fringes using the Fourier method. It identifies the optimal decoding parameters including interferogram image quality and size, as well as the types of filtering and parameters of the phase unwrapping algorithms. The results show how these parameters affect correctness of the results and the error in decoding a single interferogram. The obtained data could be introduced in selecting and optimizing the key parameters in interferogram decoding with the Fourier method, which makes it possible to increase accuracy and reliability in measurements.

**Keywords:** interferogram decoding, optimal decoding parameters, decoding using the Fourier method, phase extraction, surface shape measurement

---

***Received 13.06.2024***

**Stolyarov A.V.** — Master's Program Student, Department of Laser and Optoelectronic Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Scientific advisor** — Gladysheva Y.V., Ph. D. (Eng.), Head of the Educational and Research Laboratory on Modern Problems of Photonics, Scientific and Educational Center “Photonics and Infrared Technology”, Associate Professor of the Department of Laser and Optoelectronic Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

### **Please cite this article in English as:**

Stolyarov A.V. Study of the optimal quality parameters in interferogram decoding with the fourier method. *Politekhnikeskiy molodezhnyy zhurnal*, 2024, no. 05 (94). (In Russ.). URL: <https://ptsj.bmstu.ru/catalog/iemim/las/1003.html>