УДК 530.122.1 URL: http://ptsj.ru/catalog/iemim/sta/1006.html

ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ БОЗОННЫХ ЗВЕЗД

В.А. Николаева nikolaevava@student.bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Рассмотрены высокочастотные гравитационные волны двойной системы бозонных звезд на основе эффективной мульти-полевой модели. В рамках рассмотренной модели получена зависимость характеристик гравитационных волн от параметров данной системы. Также представлена оценка возможности регистрации высокочастотных гравитационных волн на основе гравитационно-оптического резонанса в интерферометрах Фабри — Перо. Проведены расчеты параметров детектора данного типа, необходимых для непосредственной регистрации высокочастотных гравитационных волн двойной системы бозонных звезд. Показано, что рассмотренный в данной работе детектор обладает высокой чувствительностью, большей, чем могут предложить другие детекторы высокочастотных гравитационных волн.

Ключевые слова: гравитационные волны, бозонные звезды, скалярное поле, интерферометры Фабри — Перо

Введение. После экспериментального открытия бозона Хиггса [1, 2] возрос интерес к анализу приложения фундаментальных скалярных (бозонных) полей в космологии и астрофизике. Так, в качестве гипотетических компонентов темной материи рассматриваются бозонные звезды, т. е. компактные астрофизические объекты, состоящие из бозонов, которые удерживаются вместе собственным гравитационным полем [3].

Ввиду отсутствия электромагнитного излучения темной материи подтверждение существования данных объектов может быть получено посредством регистрации гравитационных волн. Также, в отличие от обычных барионных звезд, система бозонных звезд допускает существование высокочастотных гравитационных волн, обнаружение которых будет свидетельствовать о существовании подобных экзотических астрофизических объектов [4].

Максимальная чувствительность детекторов LIGO и VIRGO находится в диапазоне 100…1000 Гц. Интерферометрические детекторы LIGO и VIRGO зарегистрировали гравитационные волны с частотой порядка 100 Гц [5].

В работе рассмотрена модель гипотетических источников высокочастотных гравитационных волн — бозонных звезд, основанная на $f(R)$-гравитации с кинетическим скаляром кривизны в рамках эффективной мультиполе-

 ISSN 2541-8009

вой модели, в рамках которой ранее были построены как модели компактных астрофизических объектов [6], так и космологические модели, удовлетворяющие наблюдательным данным [7].

В качестве метода верификации предложенных моделей рассматривается непосредственное обнаружение высокочастотных гравитационных волн на основе гравитационно-оптического резонанса в интерферометрах Фабри — Перо.

Модель бозонных звезд. Рассмотрим построение модели бозонных звезд на основе модифицированной гравитации Эйнштейна $f(R)$, включающей производные второго порядка по скалярной кривизне.

В этом случае действие S в системе единиц $8\pi G = c = 1$ имеет следующий вид

$$S = \int dx^4 \sqrt{-g}[f(R,(\nabla R)^2)],$$

где

$$f(R,(\nabla R)^2) = f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R \nabla^\mu R;$$

G — гравитационная постоянная Ньютона; c — скорость света; R — скалярная кривизна Риманова многообразия с метрикой $g_{\mu\nu}(x)$; $g = \det(g_{\mu\nu})$ — определитель метрического тензора.

В работе [8] представлен метод приведения действия для данной модели к модели с несколькими скалярными полями на основе гравитации Эйнштейна

$$S_{EfRR'} = \int d^4x\sqrt{-g_{\mathrm{E}}}\left(\frac{R_{\mathrm{E}}}{2} - \frac{1}{2}g_{\mathrm{E}}^{\mu\nu}\chi_{,\mu}\chi_{,\nu} + \frac{1}{4}f_1(\varphi)e^{-2\sqrt{2/3}\chi} - \frac{1}{4}\varphi e^{-\sqrt{2/3}\chi} + \frac{1}{2}Xe^{-\sqrt{2/3}\chi}g_{\mathrm{E}}^{\mu\nu}\varphi_{,\mu}\varphi_{,\nu}\right). \quad (1)$$

Полученное действие представляет собой киральную самогравитирующую модель (КСГМ) с двумя киральными полями $\varphi^1 = \chi$, $\varphi^2 = \varphi$, двумерная метрика пространства целей которой

$$ds^2 = d\chi^2 - e^{-\sqrt{2/3\chi}}X(\varphi)d\varphi^2; \quad h_{11} = 1; \quad h_{22} = -e^{-\sqrt{2/3\chi}}X(\varphi).$$

Соответствующий потенциал взаимодействия выражается так:

$$W = \frac{1}{4}e^{-\sqrt{2/3\chi}}\left(\varphi - e^{-\sqrt{2/3\chi}}f_1(\varphi)\right). \quad (2)$$

В общем случае действие для КСГМ определяется следующим образом:

$$S_{\mathrm{CSGM}} = \int_R \sqrt{-g}d^4x\left(\frac{R}{2\kappa} - \frac{1}{2}h_{AB}(\varphi)\varphi^A_{,\mu}\varphi^B_{,\nu}g^{\mu\nu} - W(\varphi)\right),$$

где $W(\varphi)$ — потенциал скалярного поля, $\kappa = 8\pi G$; $\varphi = (\varphi^1, \dots, \varphi^N)$ — мультиплет кирального поля $\left(\varphi^A_{,\mu} = \dfrac{\partial \varphi^A}{\partial x^\mu}\right)$; $h_{AB}(\varphi)$ — метрика кирального пространства с линейным элементом

$$ds^2_\sigma = h_{AB}(\varphi) d\varphi^A d\varphi^B, \quad A, B, \dots = \overline{1, N}.$$

Тензор энергии-импульса скалярного поля задается следующим образом

$$T^\nu_\mu = \frac{\partial L_M}{\partial(\partial_\mu \varphi_i)} \partial_\nu \varphi_i - \delta^\mu_\nu L_M,$$

где L_M — лагранжиан скалярного поля, в данном случае

$$L_M = -\frac{1}{2} h_{AB}(\varphi) \varphi^A_{,\mu} \varphi^B_{,\nu} g^{\mu\nu} - W(\varphi).$$

Уравнения Эйнштейна и полевые уравнения в данном случае имеют следующий вид [6]:

$$R_{\mu\nu} = \kappa\left(-h_{AB}\varphi^A_{,\mu}\varphi^B_{,\nu} - g_{\mu\nu} W(\varphi)\right),$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu \left(\sqrt{-g} h_{AB} g^{\mu\nu} \varphi^A_{,\nu}\right) - \frac{1}{2} \frac{\partial h_{BC}}{\partial \varphi^A} \varphi^B_{,\mu} \varphi^C_{,\nu} g^{\mu\nu} - W_{,A} = 0. \quad (3)$$

Далее рассмотрим сферически симметричное пространство-время [9]

$$ds^2 = -e^{2\nu(u)} dt^2 + e^{2\lambda(u)} du^2 + e^{2\beta(u)} \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right). \quad (4)$$

В этом случае уравнения Эйнштейна принимают следующий вид:

$$\exp[-2\lambda + 2\nu]\left(\nu'' + (\nu')^2 + \nu'(2\beta' - \lambda')\right) = -\kappa e^{2\nu} W;$$

$$-2\beta'' - \nu'' + \lambda'(\nu' + 2\beta') - (\nu')^2 - 2(\beta')^2 = \kappa\left(h_{11}(\chi')^2 + h_{22}(\varphi')^2 + e^{2\lambda} W\right);$$

$$1 + \exp[-2\lambda + 2\beta]\left(-\beta'' - 2(\beta')^2 + \beta'(-\nu' + \lambda')\right) = \kappa e^{2\beta} W,$$

где штрих обозначает производную по координате *u*.

С учетом (1), (2) и (4) получим уравнения поля (3):

$$\chi'' + (\nu' - \lambda' + 2\beta')\chi' - \frac{1}{\sqrt{6}} e^{-\sqrt{2/3}\chi} X(\varphi)(\varphi')^2 + e^{2\lambda} \frac{1}{\sqrt{6}}\left(\frac{1}{2} e^{-\sqrt{3/3}\chi}\varphi - e^{-2\sqrt{2/3}\chi} f_1(\varphi)\right) = 0;$$

$$X(\varphi)\varphi'' + (\nu' - \lambda' + 2\beta')X(\varphi)\varphi' - \sqrt{\frac{2}{3}}\chi' X(\varphi)\varphi' + \frac{1}{2} X_{,\varphi}(\varphi')^2 + \frac{e^{2\lambda}}{4}\left(1 - e^{-\sqrt{2/3}\chi} f_1, \varphi\right) = 0.$$

 ISSN 2541-8009

В работе [6] получено точное решение данных уравнений для случая

$$f_1(\varphi) = \frac{\varphi}{2}, \quad \chi = -\sqrt{\frac{3}{2}}\ln 2$$

следующего вида:

$$e^{2\nu} = e^{2(A_1 u + A_2)}; \quad e^{2\beta} = \frac{e^{-2(A_1 u + A_2)}}{(u - u_*)^2}; \quad e^{2\lambda} = \frac{e^{-2(A_1 u + A_2)}}{(u - u_*)^4}, \tag{5}$$

где A_1, A_2 и u_* — некоторые константы.

Таким образом, точные статические сферически-симметричные решения уравнений Эйнштейна в данном случае определяются выражениями (4) и (5).

Также в работе [6] было показано, что данные решения являются устойчивыми и могут рассматриваться в качестве актуальных моделей компактных астрофизических объектов.

Масса бозонной звезды. Теперь получим выражение для массы бозонной звезды в рассмотренной модели. Элементарный объем в сферических координатах можно выразить так:

$$dv = u^2 \cos\Theta d\varphi d\Theta du.$$

Тогда найти массу бозонной звезды сферической формы можно из следующего выражения [6]:

$$M = 2\int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\infty} \rho(u) u^2 \cos\Theta d\varphi d\Theta du,$$

где $\rho(u)$ — плотность энергии скалярного поля, определяемая как

$$\rho(u) = T_t^t = g^{tt} T_{tt} = \frac{1}{2} e^{-2\lambda}\left(e^{-\sqrt{2/3}\chi} X(\varphi)(\varphi')^2 - (\chi')^2\right) - W(\varphi).$$

Для частного случая, рассмотренного выше, получаем

$$M = 4\pi B \int_0^{\infty} u^2 (u - u_*)^4 e^{2(A_1 u + A_2)} du.$$

При $A_1 < 0$ имеем [6]:

$$M = \frac{\pi B e^{2A_2}}{2|A_1|^7}\left[2\alpha^2(\alpha - 3)^2 + 6\alpha(3\alpha - 10) + 45\right], \tag{6}$$

где $\alpha = |A_1| u_*$.

Из выражения (6) следует, что масса бозонной звезды зависит от характеристик скалярных полей и находится в достаточно широком диапазоне возможных значений. Также отметим, что в отличие от барионных звезд, подчиняющихся статистике Ферми — Дирака и ограниченных по массе $M \sim M_{\odot}$, для белых карликов с учетом предела Чандрасекара [10], для нейтронных звезд — с учетом предела Толмана — Оппенгеймера — Волкова и данных по наблюдениям гравитационных волн [11], бозонные звезды свободны от такого ограничения и, следовательно, могут быть достаточно массивными.

Амплитуда и частота гравитационных волн, излучаемых двойной системой бозонных звезд. Рассмотрим в ньютоновском приближении систему, состоящую из двух бозонных звезд одинаковой массы $M_1 = M_2 = M$, вращающихся вокруг общего центра масс с орбитальной частотой ω_{orb}. Допустим, что радиусы тел много меньше размера орбиты, и поэтому примем массы за точечные.

Поместим начало координат в центр масс системы, получим

$$\frac{\sum_n M_n \,\mathbf{R}_n}{\sum_n M_n} = \frac{M_1\mathbf{R}_1 + M_2\mathbf{R}_2}{M_1 + M_2} = \mathbf{0}$$

или

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2, \quad R_1 = R_2 = R,$$

где R_1 и R_2 — расстояние от центра масс до первой и второй звезды соответственно.

Компоненты тензора гравитационных волн h_{ij} в квадрупольном приближении в поперечно-бесследовой (ТТ) калибровке можно найти из соотношения [12]:

$$h_{ij}^{TT} = \frac{2G\Lambda_{ij}^{\;kl}}{Dc^4}\frac{d^2Q_{kl}}{dt^2},$$

где D — расстояние от детектора до исследуемого объекта; $Q_{kl} = \int d^3x\rho(\mathbf{x},t)(x_k x_l - \frac{1}{3}x^2\delta_{kl})$ — квадрупольный момент; $\Lambda_{ij}^{\;kl}$ — поперечно-бесследовый проектор, определяемый как

$$\Lambda_{ij}^{\;kl} = P_i^k P_j^l - \frac{1}{2}P_{ij}P^{kl},$$

где $P_{ij} = \delta_{ij} - n_i n_j$ — оператор проекции на плоскость, перпендикулярную направлению распространения плоской волны $\mathbf{n} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$. Свертка с символом Кронекера δ_{kl} дает следующее:

$$\Lambda_{ij}{}^{kl}\delta_{kl} = \Lambda_{ij}{}^{kk} = P_i^k P_j^k - \frac{1}{2}P_{ij}P^{kk} =$$
$$= (\delta_i^k - n_i n^k)(\delta_j^k - n_j n^k) - \frac{1}{2}(\delta_{ij} - n_i n_j)(\delta^{kk} - n^k n^k) =$$
$$= \delta_i^k \delta_j^k - \delta_j^k n_i n^k - \delta_i^k n_j n^k + n_i n^k n_j n^k - \frac{1}{2}(\delta_{ij} - n_i n_j)(3-1) =$$
$$= \delta_{ij} - n_i n^j - n_j n^i + n_i n_j - \delta_{ij} + n_i n_j = 0,$$

где $n^k = n_m \eta^{mk} = n_k$ и $n^k n^k = n_k n^k = 1$ (в линеаризованном приближении поднятие и опускание индексов осуществляется метрикой Минковского $\eta_{\mu\nu}$).

В результате получим

$$\Lambda_{ij}{}^{kl}Q_{kl} = \Lambda_{ij}{}^{kl}\int d^3x\rho(\mathbf{x},t)x_k x_l - \int d^3x\rho(\mathbf{x},t)\frac{1}{3}x^2\Lambda_{ij}{}^{kl}\delta_{kl} = \Lambda_{ij}{}^{kl}\int d^3x\rho(\mathbf{x},t)x_k x_l = \Lambda_{ij}{}^{kl}I_{kl},$$

где $I_{kl} = \int d^3x\rho(\mathbf{x},t)x_k x_l$ — момент инерции.

Определим плотность точечных масс в ньютоновском приближении следующим образом [12]:

$$\rho = \sum_N m^N \delta(x - x^N)\delta(y - y^N)\delta(z - z^N) = \sum_N m^N \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^N),$$

где m^N — масса N-й звезды; $\mathbf{x}^N$ — радиус-вектор N-й звезды. Тогда компоненты момента инерции примут вид

$$I_{ij} = \sum_N m^N \int_0^{+\infty} d^3x x_i^N x_j^N \delta(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}^N) = \sum_N m^N x_i^N x_j^N.$$

Пусть орбита находится в плоскости XY. Положения звезд в этой плоскости определяются через координаты $(x, y) = (R\cos(\omega_{orb}t), R\sin(\omega_{orb}t))$. Тогда соответствующие компоненты момента инерции равны

$$I_{xx} = MR^2\cos^2(\omega_{orb}t) + MR^2\cos^2(\omega_{orb}t) = 2MR^2\cos^2(\omega_{orb}t);$$

$$I_{yy} = MR^2\sin^2(\omega_{orb}t) + MR^2\sin^2(\omega_{orb}t) = 2MR^2\sin^2(\omega_{orb}t);$$

$$I_{xy} = MR^2\cos(\omega_{orb}t)\sin(\omega_{orb}t) + MR^2\cos(\omega_{orb}t)\sin(\omega_{orb}t) = 2MR^2\cos(\omega_{orb}t)\sin(\omega_{orb}t).$$

После тригонометрических преобразований данных выражений получим [13]

$$I_{xx} = MR^2 \cos(2\omega_{orb}t) + MR^2;$$
$$I_{yy} = -MR^2 \cos(2\omega_{orb}t) + MR^2;$$
$$I_{xy} = MR^2 \sin(2\omega_{orb}t).$$

Гравитационные волны с различными поляризациями в ТТ-калибровке в направлении перпендикулярном плоскости вращения определяются как [12]

$$h_+ = \frac{G}{Dc^4}\left(\frac{d^2 I_{xx}}{dt^2} - \frac{d^2 I_{yy}}{dt^2}\right) =$$
$$= \frac{G}{Dc^4}\left(\frac{d^2 MR^2 \cos(2\omega_{orb}t)}{dt^2} + \frac{d^2 MR^2}{dt^2} + \frac{d^2 MR^2 \cos(2\omega_{orb}t)}{dt^2} + \frac{d^2 MR^2}{dt^2}\right) =$$
$$= -\frac{8G}{Dc^4} MR^2 \omega_{orb}^2 cos(2\omega_{orb}t); \qquad (7)$$

$$h_\times = \frac{2G}{Dc^4}\frac{d^2 I_{xy}}{dt^2} = \frac{2G}{Dc^4}\frac{d^2 MR^2 \sin(2\omega_{orb}t)}{dt^2} = -\frac{8G}{Dc^4} MR^2 \omega_{orb}^2 sin(2\omega_{orb}t). \qquad (8)$$

Из выражений (7) и (8) видно, что частота гравитационных волн равна удвоенной орбитальной частоте

$$f_{gw} = 2 f_{orb}. \qquad (9)$$

По второму закону Ньютона для каждой из звезд имеем

$$M\frac{d^2\mathbf{R}}{dt^2} = \frac{M^2 G}{(2R)^3} 2\mathbf{R}.$$

Для круговой орбиты радиуса R центростремительное ускорение $\ddot{R}$ определяется как

$$\ddot{R} = \frac{\dot{R}^2}{R} = \omega^2 R.$$

Тогда в проекции на направление вектора $\mathbf{R}$ имеем

$$M\omega^2 R = \frac{M^2 G}{4R^2};$$

$$\omega^2 = \frac{MG}{4R^3}.$$

Учитывая, что $f_{gw} = 2f_{orb}$, получаем

$$f_{gw} = \sqrt{\frac{MG}{4\pi^2 R^3}}. \tag{10}$$

Определим частоту гравитационных волн, излучаемых на самой внутренней стабильной круговой орбите f_{ISCO}. Выражение для радиуса, соответствующего данной орбите, известно и выглядит следующим образом [14]:

$$R_{ISCO} = \frac{3M_{tot}G}{Cc^2}, \tag{11}$$

где C — компактность звезды, $M_{tot} = M_1 + M_2 = 2M$. Тогда из выражений (10), (11) и (6) находим

$$f_{gw} = \frac{C^{3/2}\,|\,A_1\,|^7}{3^{3/2}\pi^2 GBe^{2A_2}}\left[2\alpha^2(\alpha-3)^2 + 6\alpha(3\alpha-10) + 45\right]^{-1}. \tag{12}$$

С учетом (9) получаем следующее выражение для компонент тензора гравитационных волн в TT-калибровке:

$$h_+ = -\frac{8MGR^2\pi^2 f_{gw}^2}{Dc^4}\cos(2\pi f_{gw}t); \tag{13}$$

$$h_\times = -\frac{8MGR^2\pi^2 f_{gw}^2}{Dc^4}\sin(2\pi f_{gw}t). \tag{14}$$

Далее на основе выражений (13), (14) и (10) определим амплитуду гравитационных волн:

$$h = \frac{1}{Dc^4}\pi^{2/3} f_{gw}^{2/3}(2MG)^{5/3}, \tag{15}$$

где масса M определяется выражением (6).

Отметим, что в отличие от случая системы нейтронных звезд [15, 16] система бозонных звезд может генерировать высокочастотные гравитационные волны в диапазоне $f \approx 10^6 \ldots 10^9$ Гц [4].

Метод детектирования высокочастотных гравитационных волн. Настроить интерферометр Фабри — Перо можно таким образом, чтобы электромагнитная волна после отражения от противоположного зеркала возвращалась в ту же фазу гравитационной волны. При таких условиях можно добиться увеличения гравитационного сдвига фаз между соседними лучами в N-е количество раз. Данный эффект называется гравитационно-оптическим резонансом [17].

ISSN 2541-8009

Условие для его возникновения в многолучевом интерферометре следующее: на длине резонатора L помещается целое число n полуволн гравитационного излучения

$$L = \frac{nc}{2f_{gw}}.$$

Положим $n = 1$, тогда изменение мощности лазерного излучения интерферометра $\delta W(t)$ вследствие флуктуаций метрики пространства-времени можно оценить так [18]:

$$\delta W(t) = \frac{QL}{\lambda_e} W_0 h_+(t), \tag{16}$$

где Q — добротность интерферометра; λ_e — длина электромагнитной волны; W_0 — мощность лазерного излучения на входе в интерферометр.

Выражение (16) можно переписать в терминах спектральной плотности вариаций мощности $S_{\delta W}$:

$$S_{\delta W}(f_{gw}) = \frac{Q^2 L^2}{\lambda_e^2} W_0^2 S_h(f), \tag{17}$$

где

$$S_h(f_{gw}) = \frac{h_+^2(f_{gw})}{2f_{gw}} \tag{18}$$

— спектральная плотность флуктуаций метрики [19].

С помощью усреднение спектральной плотности флуктуаций мощности за период времени T можно повысить чувствительность детектора в несколько раз [20]:

$$K = \sqrt{\frac{f_{gw}}{Q} T} = \sqrt{\frac{cT}{2QL}}.$$

Тогда выражение (17) принимает следующий вид

$$\tilde{S}_{\delta W}(f_{gw}) = K S_{\delta W}(f_{gw}) = \frac{\sqrt{cT} Q^{3/2} L^{3/2}}{\lambda_e^2} W_0^2 S_h(f_{gw}), \tag{19}$$

где $Q = f_{gw} / \Delta f_{gw}$.

Выражая из (19) и (18) амплитуду флуктуаций метрики h и учитывая (12), находим

$$h = 2\left(\frac{Q}{T}\right)^{1/4} \left(\frac{\lambda_e}{QW_0 c}\right) \tilde{S}_{\delta W}^{1/2}(f_{gw}) \left(\frac{C^{3/2} \, |A_1|^7}{3^{3/2} \pi^2 B e^{2A_2}} \left[2\alpha^2(\alpha-3)^2 + 6\alpha(3\alpha-10) + 45\right]^{-1}\right)^{5/4}. \tag{20}$$

Выражение (20) определяет связь между параметрами бозонной звезды и чувствительностью детектора и в общем случае может использоваться для оценки параметров детектора по известным характеристикам бозонных звезд. Также данное выражение можно использовать и в рамках обратной задачи определения характеристик бозонных звезд по известным характеристикам регистрируемого гравитационно-волнового сигнала.

Дробовой фотонный шум. При анализе чувствительности оптических детекторов гравитационных волн необходимо учитывать наличие дробового фотонного шума. Для его уменьшения необходимо снижение мощности лазера на фотоприемнике.

Средняя мощность, измеренная на фотоприемнике, определяется так [12]:

$$W_{ph} = \alpha W_0 = \frac{1}{T} N_\gamma \hbar \omega_e = \frac{2\pi c \hbar}{T \lambda_e} N_\gamma ,$$

где $\hbar$ — приведенная постоянная Планка; α — коэффициент, определяющий разницу между мощностью лазерного излучения, измеренной на фотодетекторе W_{ph}, и мощностью лазерного излучения на входе в интерферометр W_0.

Флуктуации мощности лазера, индуцированные фотонным шумом, определяются как [12]

$$(\delta W)_{shot} = \frac{2\pi c \hbar}{T \lambda_e} N_\gamma^{1/2} = \sqrt{\frac{2\pi c \hbar}{T \lambda_e} \alpha W_0} .$$

Оценка отношения сигнал/шум имеет вид [12]

$$\frac{S}{N} = \frac{\delta W}{(\delta W)_{shot}} = \frac{QL}{\lambda_e} \left(\frac{T \lambda_e W_0}{2\pi c \hbar \alpha} \right)^{1/2} h = \frac{Q}{2f} W_0 \left(\frac{T}{W_{ph}} \right)^{1/2} \left(\frac{c}{2\pi \lambda_e \hbar} \right)^{1/2} h.$$

При условии, что $S/N = 1$, находим

$$h = (QTf_{gw})^{1/4} h_{\min} , \tag{21}$$

где $h_{\min}$ — минимально обнаруживаемая амплитуда гравитационных волн, обусловленная наличием дробового фотонного шума. Тогда для случая, когда $h = h_{\min}$, из (21) видно, что минимальное время наблюдения составляет $T_{\min} = Q / f_{gw}$, следовательно, для времени наблюдения

$$T > \frac{1}{\Delta f_{gw}} = \frac{Q}{f_{gw}}$$

условие $T > T_{\min}$ выполняется при $Q > 1$.

ISSN 2541-8009

Оценка возможности детектирования высокочастотных гравитационных волн. Для оценки возможности детектирования высокочастотных гравитационных волн рассмотрим следующие параметры детектора: длина волны лазерного излучения $\lambda_e = 1{,}064$ мкм, добротность $Q = 10^6$, мощность лазерного излучения на входе в интерферометр $W_0 = 10^3$ Вт. Для регистрации электромагнитных волн используется датчик DET10N2 с характеристиками: рабочий спектральный диапазон 500…1700 нм, полоса чувствительности до 70 МГц и эквивалентная мощность шума $2 \cdot 10^{-14}$ Вт/Гц$^{1/2}$ [20].

Минимальная регистрируемая спектральная плотность вариаций мощности лазерного излучения для данного фотоприемника составляет [20]

$$\tilde{S}_{\delta W} = 4 \cdot 10^{-28} \text{ Вт}^2/\text{Гц}.$$

Минимальная мощность лазерного излучения на фотоприемнике в таком случае [21]

$$W_{ph}^{\min} = 2{,}2 \cdot 10^{-9} \text{ Вт}.$$

Из (20) и (15) находим время наблюдения, необходимое для обнаружения гравитационных волн:

$$T = \left(\frac{D \lambda_e c^3}{W_0} \right)^4 \left(\frac{\tilde{S}_{\delta W}^6 f_{gw}^7}{(2\pi)^8 Q^9 M^{20} G^{20}} \right)^{1/3}. \tag{22}$$

Положим, что компактность бозонных звезд достигает максимума и равна компактности черной дыры Шварцшильда $C = 1/2$. Тогда из (10) и (11) получаем следующее соотношение:

$$f_{gw} = \sqrt{\frac{c^6}{(2\pi)^2 12^3 G^2 M^2}}. \tag{23}$$

С учетом (23) выражение (22) можно переписать так:

$$T = \left(\frac{D \lambda_e 12^{5/2}}{W_0 c^2} \right)^4 \left(\frac{(2\pi)^3 f_{gw}^{27} \tilde{S}_{\delta W}^6}{Q^9} \right)^{1/3}.$$

Из (20) и (15) следует, что нижний предел регистрируемых гравитационных волн для данной установки

$$f_{gw} > 1{,}6 \cdot 10^{14} \cdot D^{-2/5} \text{ Гц} \cdot \text{м}^{2/5}.$$

 ISSN 2541-8009

Для анализа возможности прямой регистрации высокочастотных гравитационных волн в рассматриваемых моделях бозонных звезд рассмотрим массу бозонных звезд порядка массы Солнца. Взятые для расчетов расстояния соответствуют известным в настоящее время расстояниям до систем нейтронных звезд, таких как PSR J1913+1102 [22] (8 кпк), GW170817 [23] (40 Мпк) и XT2 [24] (2 Гпк). Для проведения расчетов взята масса бозонных звезд порядка массы солнца $M = 1 \cdot M_{\odot}$ и использована частота 5,506 МГц, которая выбрана для сравнения чувствительности представленного детектора с детектором гравитационных волн, основанном на резонаторе криогенных объемных акустических волн BAW, описанным в статье [25]. В ней приводятся данные, указывающие на возможную регистрацию сигнала на этой частоте в 2019 г.

В таблице приведены длина резонатора L и время наблюдения T, необходимые для обнаружения гравитационных волн с амплитудой (15). Как видно из таблицы, для рассмотренной частоты гравитационных волн время наблюдения во всех случаях очень короткое от: $1{,}9 \cdot 10^{-23}$ до $7{,}3 \cdot 10^{-2}$ с, а длина плеч составляет 27 м, что говорит о доступности данного метода. Чувствительность предложенного детектора на частоте 5,506 МГц для рассматриваемых расстояний сравнима или превышает чувствительность детектора BAW, которая составляет $h \simeq 10^{-18}$ [25].

Параметры высокочастотных гравитационных волн и время наблюдения детектора, необходимое для их регистрации

***D*, Мпк**	***T*, с**	***h***
0,008	$1{,}9 \cdot 10^{-23}$	$3{,}8 \cdot 10^{-16}$
40	$1{,}2 \cdot 10^{-8}$	$7{,}5 \cdot 10^{-20}$
2000	$7{,}3 \cdot 10^{-2}$	$1{,}5 \cdot 10^{-21}$

Поскольку в расчетах представлены достаточно большие расстояния, следует учитывать влияние расширения Вселенной на характеристики гравитационных волн. Эффект космологического красного смещения приводит к уменьшению частоты гравитационных волн [26]

$$f = \frac{f_0}{1+z},$$

где f и f_0 — наблюдаемая и испущенная частота соответственно; z — красное смещение,

$$z \approx \frac{H_0 D}{c},$$

ISSN 2541-8009

H_0 — постоянная Хаббла; D — расстояние до источника гравитационных волн; c — скорость света. Так, если наблюдаемая частота 5,506 МГц, для рассмотренных расстояний $8 \cdot 10^{-3}$, 40 и $2 \cdot 10^{3}$ Мпк испущенная частота будет соответственно равна 5,506, 5,507 и 7,929 МГц. Таким образом, при исследовании бозонных звезд, находящихся на расстояниях порядка гигапарсеков и выше, требуется учитывать воздействие космологического красного смещения на частоту гравитационных волн. Этот фактор играет важную роль в реконструкции характеристик бозонных звезд по их гравитационно-волновому излучению.

Также отметим, что чувствительность предложенного метода сопоставима или превышает чувствительность других существующих и перспективных детекторов высокочастотных гравитационных волн [4]. Так, чувствительность детектора на основе гравитон-магнонного резонанса [27] составляет $h \simeq 10^{-17}$ на частоте 14 ГГц, чувствительность синхронного рециркулирующего интерферометра [28] — $h \simeq 10^{-19}$ на частоте 100 МГц, а чувствительность детектора, основанного на двух связанных магнитных резонаторах [29], — $h \simeq 10^{-17}$ на частоте 1 МГц.

Тем не менее в качестве существенного ограничения предложенного метода регистрации гравитационных волн отметим необходимость выполнения условия гравитационно-оптического резонанса, т. е. точной подстройки параметров детектора и частоты гравитационных волн.

Заключение. В данной работе рассмотрен метод регистрации высокочастотных гравитационных волн от двойной системы бозонных звезд. На основе предложенного подхода получена связь характеристик бозонных звезд и характеристик детектора высокочастотных гравитационных волн на основе гравитационно-оптического резонанса в интерферометрах Фабри — Перо.

Определены параметры детектора данного типа, необходимые для регистрации высокочастотных гравитационных волн. Показано, что чувствительность предложенного метода сопоставима или превышает чувствительность детекторов высокочастотных гравитационных волн, основанных на других физических эффектах [4].

Таким образом, развитие предложенного метода регистрации высокочастотных гравитационных волн является перспективным направлением в рамках экспериментального исследования возможности описания темной материи на основе бозонных звезд.

 ISSN 2541-8009

Литература

[1] Chatrchyan S. et al. Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Eperiment at the LHC. *Phys. Lett. B*, 2012, vol. 716, pp. 30–61.

[2] Aad G. at al. Combined measurement of the Higgs boson mass from the $H \to \gamma\gamma$ and $H \to ZZ^* \to 4\ell$ decay channels wich the ATLAS detector using $\sqrt{s}$ = 7, 8 and 13 TeV pp collision data. *Phys. Rev. Lett.*, 2023, vol. 131, art. 251802. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.131.251802

[3] Lee J.W. Is dark matter a BEC or scalar field? *J. Korean Phys. Soc.*, 2009, vol. 54, art. 2622. https://doi.org/10.3938/jkps.54.2622

[4] Aggarwal N. et al. Challenges and opportunities of gravitational-wave searches at MHz to GHz frequencies. *Living Rev. Rel.*, 2021, vol. 24, no. 1, art. 4. https://doi.org/10.1007/s41114-021-00032-5

[5] Abbott R. et al. GWTC-3: Compact Binary Coalescences Observed by LIGO and Virgo during the Second Part of the Third Observing Run. *Phys. Rev. X.*, 2023, vol.13, no. 4, art. 041039.

[6] Chervon S.V., Fabris J.C., Fomin I.V. Black holes and wormholes in f(R) gravity with a kinetic curvature scalar. *Class. Quant. Grav.*, 2021, vol. 38, no. 11, art. 115005. https://doi.org/10.1088/1361-6382/abebf0

[7] Chervon S.V., Fomin I.V., Mayorova T.I., Khapaeva A.V. Cosmological parameters of f(R) gravity with kinetic scalar curvature. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2020, vol. 1557, art. 012016. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1557/1/012016

[8] Naruko A., Yoshida D., Mukohyama S. Gravitational scalar-tensor theory. *Class. Quant. Grav.*, 2016, vol. 33, no. 9, art. 09LT01. https://doi.org/10.48550/arXiv.1512.06977

[9] Bronnikov K.A., Rubin S.G. *Black Holes, Cosmology and Extra Dimensions*. London, World Scientific, 2013.

[10] Chandrasekhar S. The maximum mass of ideal white dwarfs. *Astrophys. J.*, 1931, vol. 74, pp. 81–82.

[11] Rezzolla L., Most E.R., Weih L.R. Using gravitational-wave observations and quasi-universal relations to constrain the maximum mass of neutron stars. *Astrophys. J. Lett.*, 2017, vol. 852, no. 2, art. L25. https://doi.org/10.3847/2041-8213/aaa401

[12] Maggiore M. *Gravitational Waves. Vol. 1. Theory and Experiments*. Oxford, Oxford University Press, 2007.

[13] Hartle J.B. *Gravity: an introduction to Einstein’s general relativity*. Cambridge, Cambridge University Press, 2021.

[14] Giudice G.F. Hunting for Dark Particles with Gravitational Waves. *JCAP*, 2016, vol. 10, art. 001. https://doi.org/10.1088/1475-7516/2016/10/001

[15] Bauswein A., Janka H.Th. Measuring neutron-star properties via gravitational waves from binary mergers. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, vol. 108, art. 011101. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.011101

[16] Francesco M., De Pietri R., Feo A., Löffler F. Spectral analysis of gravitational waves from binary neutron star merger remnants. *Phys. Rev. D*, 2017, vol. 96, art. 063011. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.96.063011

[17] Gladyshev V.O., Morozov A.N. Low-frequency optical resonance in multiple-beam Fabry – Perot interferometer. *Tech. Phys. Lett.*, 1993, vol. 19, no. 14, pp. 39–42.

[18] Rudenko V.N., Sazhin M.V. Laser interferometer as a gravitational wave detector. *Sov. J. Quantum Electron.*, 1980, vol. 10, no. 11, pp. 1366–1372.

[19] Caprini C., Figueroa D.G. Cosmological Backgrounds of Gravitational Waves. *Class. Quant. Grav.*, 2018, vol. 35, no. 16, art. 163001. https://doi.org/10.48550/arXiv.1801.04268

[20] Golyak I.S., Morozov A.N., Nazolin A.L. et al. Information-Measuring Complex to Detect High Frequency Gravitational Waves. *Radio Engineering*, 2021, vol. 2, pp. 13–23. https://doi.org/10.36027/rdeng.0221.0000190

[21] Morozov A.N., Golyak I.S., Fomin I.V., Chervon S.V. Detectors of high-frequency gravitational waves based on the gravitationaloptical resonance. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2022, no. 41, pp. 49–61. https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2022.4.49-61

[22] Ferdman R.D. PSR J1913+1102: a pulsar in a highly asymmetric and relativistic double neutron star system. *IAU Symp.*, 2017, vol. 337, pp. 146–149. https://doi.org/10.1017/S1743921317009139

[23] Abbott B.P. et al. GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral. *Phys. Rev. Lett.*, 2017, vol. 119, no. 16, art. 161101. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.161101

[24] Quirola-Vasquez J., Bauer F.E., Jonker P.G. et al. Extragalactic fast X-ray transient candidates discovered by Chandra (2000–2014). *Astron. Astrophys.*, 2022, vol. 663, art. A168. https://doi.org/10.1051/0004-6361/202243047

[25] Goryachev M., Campbell W.M., Heng I.S., Galliou S., Ivanov E.N., Tobar M.E. Rare Events Detected with a Bulk Acoustic Wave High Frequency Gravitational Wave Antenna. *Phys. Rev. Lett.*, 2021, vol. 127, no. 7, art. 071102. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.127.071102

[26] Chen X. *Distortion of Gravitational-Wave Signals by Astrophysical Environments*, 2021, pp. 1–22. https://doi.org/10.48550/arXiv.2009.07626

[27] Ito A., Ikeda T., Miuchi K., Soda J. Probing GHz gravitational waves with graviton-magnon resonance. *Eur. Phys. J. C*, 2020, vol. 80, no. 3, art. 179. https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-7735-y

[28] Nishizawa A. et al. Optimal Location of Two Laser-interferometric Detectors for Gravitational Wave Backgrounds at 100-MHz. *Class. Quant. Grav.*, 2008, vol. 25, art. 225011. https://doi.org/10.1088/0264-9381/25/22/225011

 ISSN 2541-8009

[29] Gemme G., Chincarini A., Parodi R., Bernard P., Picasso E. Parametric gravity wave detector. *Workshop on Electromagnetic Probes of Fundamental Physics*, 2001, pp. 75–83. https://doi.org/10.48550/arXiv.gr-qc/0112021

Поступила в редакцию 05.06.2024

Николаева Валерия Александровна — студентка кафедры «Физика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Фомин Игорь Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Физика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Николаева В.А. Высокочастотные гравитационные волны бозонных звезд. *Политехнический молодежный журнал*, 2024, № 05 (94). URL:
https://ptsj.bmstu.ru/catalog/phys/astr_ph/1006.html

HIGH-FREQUENCY GRAVITY WAVES OF THE BOSON STARS

V.A. Nikolaeva nikolaevava@student.bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

The paper considers high-frequency gravity waves of the boson stars binary system based on the effective multi-field model. Within the framework of the considered model, dependence of the gravity waves characteristics on the system parameters is obtained. Besides, the paper presents an assessment of a possibility to register the high-frequency gravity waves based on the gravity-optical resonance in the Fabry-Perot interferometers. Parameters of this type of detector required in direct registration of the high-frequency gravity waves of the boson stars binary system are computed. The paper shows that the detector considered in this work has high sensitivity, which is greater than could be proposed by other detectors of the high-frequency gravity waves.

Keywords: gravity waves, boson stars, scalar field, Fabry-Perot interferometer

Received 05.06.2024

Nikolaeva V.A. — Student, Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Fomin I.V., Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Please cite this article in English as:
Nikolaeva V.A. High-frequency gravity waves of the boson stars. *Politekhnicheskiy molodezhnyy zhurnal*, 2024, no. 05 (94). (In Russ.).
URL: https://ptsj.bmstu.ru/catalog/phys/astr_ph/1006.html

 ISSN 2541-8009