

СОЗДАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ БЕСКОЛЛЕКТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММНОЙ СРЕДЫ MATLAB SIMULINK

А.П. Воробьева

vorobevaap@student.bmstu.ru

И.А. Антропова

antropovaia@student.bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Представлена математическая модель двигателя с постоянными магнитами и трапецидальной формой противоЭДС, построенная в программной среде MATLAB Simulink. Двигатель управляется по заданной скорости ротора, обратная связь реализована посредством трех датчиков Холла и датчика скорости. Коммутация осуществляется с помощью трехфазного мостового инвертора. Управление скоростью осуществляется пилообразным широтно-импульсно модулированным сигналом. Создана одноконтурная система управления по скорости, которая реализуется через пропорционально-интегральный регулятор и генератор пилообразного напряжения. Для решения уравнений динамики ротора и электрического равновесия статора использован готовый блок PMSM из библиотеки Simscare. Предложенная математическая модель позволяет проводить теоретические исследования работы электроприводов на базе синхронного двигателя с постоянными магнитами.

Ключевые слова: синхронный двигатель с постоянными магнитами, датчик Холла, статор, ротор, инвертор, широтно-импульсно модулированный сигнал, контроллер

Введение. Синхронные двигатели с постоянными магнитами (СДМП) находят широкое применение в системах автоматики [1], поскольку сочетают в себе лучшие качества двигателей постоянного тока и асинхронных двигателей переменного тока:

- простота конструкции (отсутствие щеточно-коллекторного узла);
- широкий диапазон изменения частоты вращения;
- высокие массогабаритные показатели [2];
- высокие энергетические показатели.

Поэтому СДМП используют как альтернативу двигателям постоянного тока, двухфазным асинхронным и шаговым двигателям. Часто их применяют в режиме бесколлекторного двигателя постоянного тока (БДПТ), поскольку характеристики данных машин приближены к эталонным характеристикам двигателей постоянного тока [3].

Постановка задачи. Целью данной работы является создание математической модели БДПТ с трапецидальной формой противоЭДС (прямоуголь-

ная коммутация статорных обмоток). Модель управляется по заданной частоте вращения ω , об/мин, обратная связь реализована посредством датчика положения ротора (ДПР), состоящего из трех датчиков Холла, и датчика скорости (рис. 1).

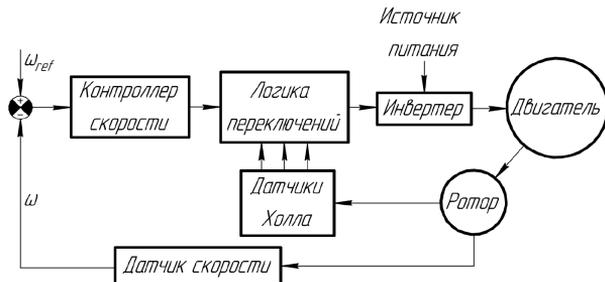


Рис. 1. Структурная схема модели

Уравнение равновесия статора. Статор двигателя имеет три симметричных обмотки, повернутые друг относительно друга на 120° (рис. 2). Запишем 2-й закон Кирхгофа для фазных обмоток статора в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_A & 0 & 0 \\ 0 & R_B & 0 \\ 0 & 0 & R_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_A & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{AB} & L_B & L_{BC} \\ L_{AC} & L_{BC} & L_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \\ e_C \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где u_A, u_B, u_C — фазные напряжения; i_A, i_B, i_C — фазные токи; R_A, R_B, R_C — активные сопротивления обмоток; L_A, L_B, L_C — собственные индуктивности обмоток; L_{AB}, L_{BC}, L_{AC} — взаимные индуктивности обмоток; e_A, e_B, e_C — фазные ЭДС.

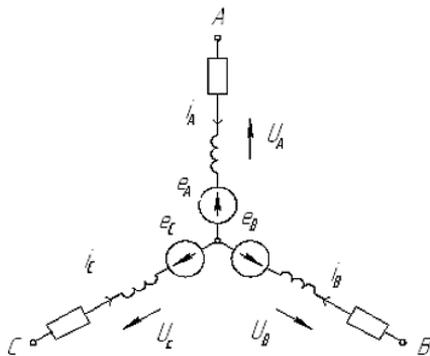


Рис. 2. Статорные обмотки БДПТ

Учитывая симметрию фазных обмоток статора, запишем

$$R_A = R_B = R_C = R; L_A = L_B = L_C = L; L_{AB} = L_{BC} = L_{AC} = M. \quad (2)$$

С учетом соединения звездой по 1-му закону Кирхгофа имеем

$$i_A + i_B + i_C = 0. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в (1), получим

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L-M & 0 & 0 \\ 0 & L-M & 0 \\ 0 & 0 & L-M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \\ e_C \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Фазные ЭДС зависят от угловой скорости вращения ротора ω_r и угла поворота магнитного поля статора θ_e :

$$\begin{aligned} e_A &= \frac{k_e}{2} \omega_r f(\theta_e); \\ e_B &= \frac{k_e}{2} \omega_r f\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right); \\ e_C &= \frac{k_e}{2} \omega_r f\left(\theta_e - \frac{5\pi}{3}\right), \end{aligned}$$

где k_e — константа ЭДС; $\theta_e = \frac{p}{2} \theta_r$; θ_r — угол поворота ротора; p — число полюсов статора; $f(\theta_e)$ — функция, отражающая трапецеидальную форму ЭДС (опорная функция).

Опорная функция задается в интервале $[-1; 1]$:

$$f(\theta_e) = \begin{cases} \frac{6}{\pi} \theta_e & \left(0 < \theta_e < \frac{\pi}{6}\right); \\ 1 & \left(\frac{\pi}{6} < \theta_e < \frac{5\pi}{6}\right); \\ -\frac{6}{\pi} \theta_e + 6 & \left(\frac{5\pi}{6} < \theta_e < \frac{7\pi}{6}\right); \\ -1 & \left(\frac{7\pi}{6} < \theta_e < \frac{11\pi}{6}\right); \\ -\frac{6}{\pi} \theta_e + 12 & \left(\frac{11\pi}{6} < \theta_e < 2\pi\right). \end{cases}$$

Электромагнитный момент ротора. Уравнение электрического равновесия обмотки A

$$u_A = i_A R + (L - M) \frac{d}{dt} i_A + e_A. \quad (5)$$

Умножив (5) на фазный ток i_A , получим уравнение мгновенной мощности обмотки:

$$u_A i_A = i_A^2 R + i_A (L - M) \frac{d}{dt} i_A + e_A i_A,$$

где $i_A (L - M) \frac{d}{dt} i_A$ — реактивная мощность обмотки; $i_A^2 R$ — активная мощность обмотки (переходит в теплоту); $e_A i_A$ — мощность, создающая электромагнитный момент ротора.

Учитывая мощности трех обмоток ротора, получим формулу для определения электромагнитного момента:

$$T_e = T_A + T_B + T_C = \frac{e_A i_A + e_B i_B + e_C i_C}{\omega_r}.$$

С учетом момента нагрузки на валу двигателя T_l дифференциальное уравнение вращения ротора имеет вид

$$J \frac{d\omega_r}{dt} + B\omega_r = T_e - T_l, \quad (6)$$

где J — момент инерции ротора; B — константа демпфирования ротора.

Для решения уравнений динамики ротора (6) и электрического равновесия статора (4) был использован готовый блок PMSM (*Permanent Magnet Synchronous Motor* — синхронный двигатель с постоянными магнитами) из библиотеки Simscare. Выбранный вид противоЭДС — трапецеидальный.

Шестишаговая коммутация с помощью ДПР. Рассмотрим трапецеидальное управление БДПТ — упрощенное векторное управление, при котором положение ротора известно с точностью до 60 электрических градусов (число электрических градусов равно углу положения ротора, умноженного на количество пар полюсов его магнита). Электромагнитный момент двигателя образуется вследствие того, что магнитный поток статора стремится развернуть ротор так, чтобы поток последнего совпал с ним. Момент будет максимальным при условии, что векторы магнитных потоков статора и ротора перпендикулярны.

Шестишаговая коммутация реализуется через трехфазный силовой инвертор (рис. 3). При таком управлении за один такт работы (интервал длительностью в 60 электрических градусов) ток протекает только через две обмотки (например, *A* и *B*). Положение ротора отслеживается тремя датчиками Холла. Декодировка датчиков представлена в табл. 1. Созданная подсистема декодировки в MATLAB представлена на рис. 4.

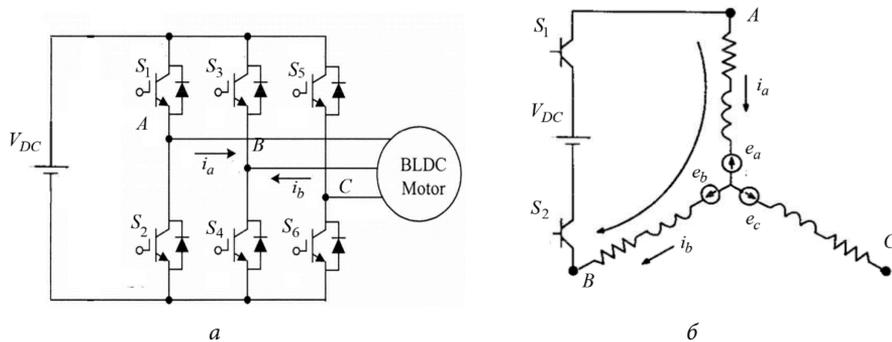


Рис. 3. Трехфазный силовой инвертор:
a — электрическая схема; *б* — схема коммутации *AB*

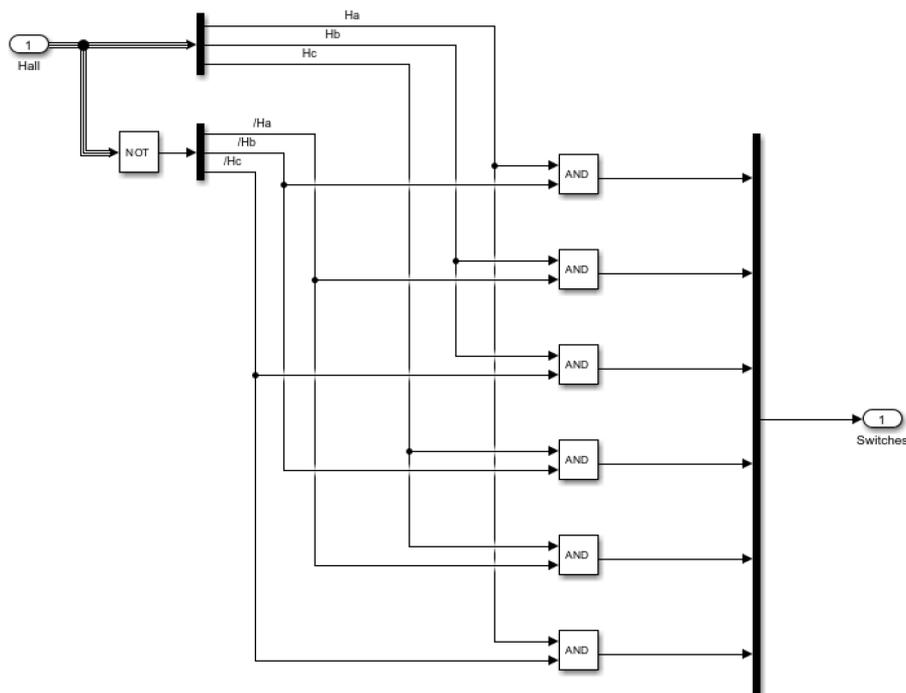


Рис. 4. Блок Decoder

Таблица 1. Декодировка

Угол ротора поворота θ , град.	Сигнал с датчика			Закрытые ключи		Фазные напряжения		
	H_A	H_B	H_C			u_A	u_B	u_C
0–60	1	0	0	S_1	S_6	$+U_{dc}$	—	$-U_{dc}$
60–120	1	1	0	S_3	S_6	—	$+U_{dc}$	$-U_{dc}$
120–180	0	1	0	S_2	S_3	$-U_{dc}$	$+U_{dc}$	—
180–240	0	1	1	S_2	S_5	$-U_{dc}$	—	$+U_{dc}$
240–300	0	0	1	S_4	S_5	—	$-U_{dc}$	$+U_{dc}$
300–360	1	0	1	S_1	S_4	$+U_{dc}$	$-U_{dc}$	—

Управление скоростью пилообразным широтно-импульсно модулированным сигналом. Для БДПТ была создана одноконтурная система управления по скорости, которая реализуется через пропорционально-интегральный (ПИ) регулятор и генератор пилообразного напряжения (ГПН). Для удобства реализации управляющее воздействие, получившееся на выходе ПИ-регулятора, ограничивается в интервале $[0; 1]$. Далее происходит сравнение моделирующего сигнала U_{mod} (управляющее воздействие) и вспомогательного (опорного) сигнала заданной частоты U_{ref} , поступающего с ГПН. Полученное напряжение U_{PWM} имеет переменную скважность в зависимости от отклонения скорости ротора от заданной скорости (рис. 5), т. е. является широтно-импульсно модулированным (ШИМ) сигналом.

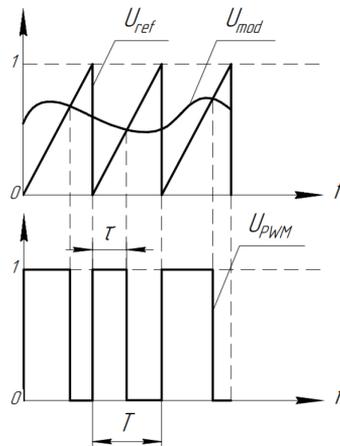


Рис. 5. Регулирование по скорости:

T — период ШИМ-сигнала; τ — длительность ШИМ-сигнала

Следовательно,

$$U_{PWM} = \begin{cases} 1 & (U_{mod} > U_{ref}) \\ 0 & (U_{mod} < U_{ref}) \end{cases}$$

Сквозность сигнала $S = T/\tau$ увеличивается в зависимости от управляющего воздействия. В дальнейшем U_{PWM} приходит на логический блок AND (логическое И) вместе с вектором, содержащим значение ключей инвертора. Подсистема управления скоростью представлена на рис. 6.

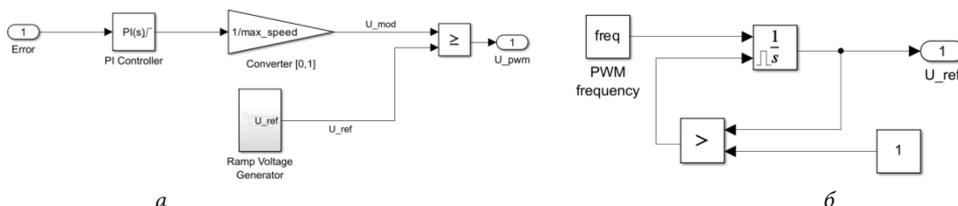


Рис. 6. Блок Speed Control (блок регулирования скорости):

a — подсистема управления скоростью; *б* — подсистема ГПН

Для проверки корректности работы двигателя в установившемся и не-установившемся режимах работы была создана функция задания скорости Speed Function (рис. 7). Скорость линейно возрастает в течение 10 с (пуск), 20 с остается постоянной и 10 с линейно уменьшается до нуля (останов). Для удобства инженерных расчетов скорость задана через частоту вращения ротора (об/мин) с дальнейшим переводом в рад/с посредством блока rpm2rad/s.

```

file Speed Function
1  function speed_out=ramp(time_in)
2  max_speed=4500;
3  if time_in<=10
4      speed_out=max_speed*time_in*0.1;
5  elseif time_in<=30
6      speed_out=max_speed;
7  elseif time_in<=40
8      speed_out=max_speed-max_speed*(time_in-30)*0.1;
9  else
10     speed_out=0;
11     end
12     if speed_out>max_speed
13         speed_out=max_speed;
14     end
    
```

Рис. 7. Функция Speed Function

Архитектура математической модели. Для симуляции работы модели был выбран двигатель Schneider Electric BDM4532S0138, подходящий для использования в мало- и среднемоощных системах автоматике. Его характеристики представлены в табл. 2.

Таблица 2. Характеристики двигателя BDM4532S0138

Параметр	Значение	Единица измерения
Номинальное напряжение	24	В
Номинальный ток	4,82	А
Количество полюсов	3	—
Константа момента	$4,56 \cdot 10^{-3}$	Н · м/А
Активное сопротивление фазы	0,46	Ом
Индуктивность фазы	$0,43 \cdot 10^{-3}$	Гн
Момент инерции ротора	$1,23 \cdot 10^{-5}$	кг · м ²
Константа демпфирования	$2,64 \cdot 10^{-6}$	Н · с/м
Масса двигателя	0,5	кг

Модель состоит из следующих элементов (рис. 8):

- источник напряжения (DC 24V);
- блок двигателя (BLDC);
- датчики скорости и момента (Speed Sensor, Torque Sensor);
- три датчика Холла (Hall Sensors);
- блок универсального моста (Inverter);
- подсистемы декодировки, контроля скорости и ГПН (Decoder, Speed Controller, Ramp Voltage Generator);
- функции задания скорости и момента нагрузки (Speed Function, Load).

Для исключения возможности появления пульсаций тока период ШИМ T должен быть значительно меньше постоянной времени обмотки статора T_1 [4], т. е. $T \ll T_1$.

Постоянная времени определяется как

$$T_1 = \frac{L}{R} = \frac{0,43 \cdot 10^{-3}}{0,46} = 9,34 \cdot 10^{-4}.$$

Поэтому принимаем частоту ШИМ-сигнала

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10^{-5}} = 10^5.$$

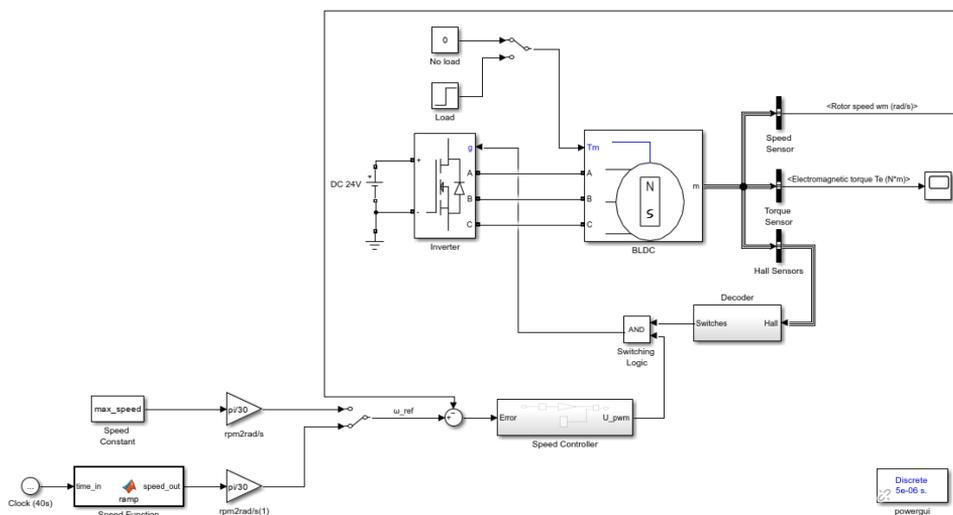


Рис. 8. Математическая модель БДПТ

Подобранные коэффициенты ПИ-регулятора имеют следующие значения:

$k_p = 0,38$ — пропорциональная составляющая;

$k_i = 377,84$ — интегральная составляющая.

Для реализации инвертора был использован готовый блок Universal Bridge из библиотеки Simscape. Для данной вольтамперной характеристики двигателя и выбранной частоты ШИМ-сигнала в качестве полупроводниковых ключей выбраны MOSFET-транзисторы [5] (*Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor* — полевой транзистор с изолированным затвором). Демпфирующее сопротивление такого транзистора равно 10^5 Ом, внутреннее сопротивление 10^{-3} Ом.

Результаты моделирования. Фазные токи и напряжения в режиме холостого хода представлены на рис. 9.

Угловая скорость ротора при пуске, останове и устоявшемся режиме работы представлена на рис. 10.

Момент T_e вала (при постоянной угловой скорости $\omega = 471,2$ рад/с) представлен на рис. 11.

Заключение. В работе было рассмотрено создание математической модели БДПТ с постоянными магнитами в программной среде MATLAB Simulink. Были использованы как библиотечные средства (модели двигателя и датчиков), так и созданные блоки (функции скорости и нагрузки, широтно-импульсный генератор напряжения).

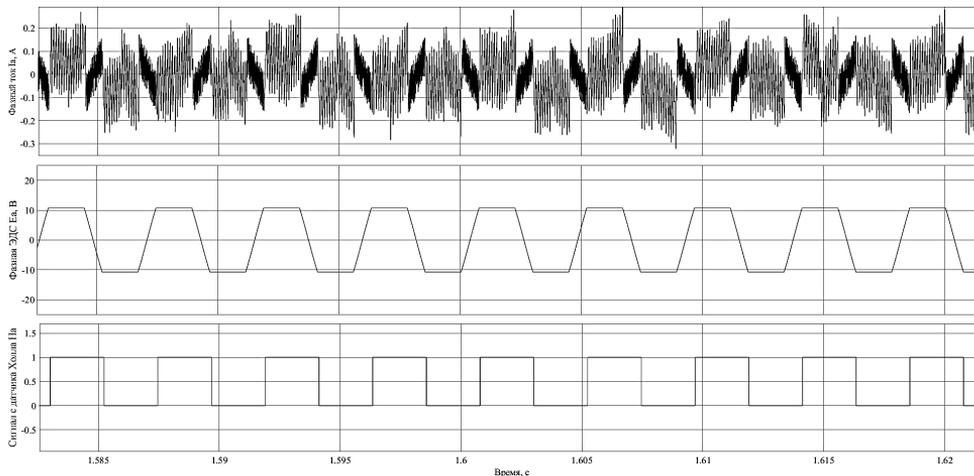


Рис. 9. Ток i_A , ЭДС e_A и сигнал с датчика Холла H_A при постоянной частоте вращения $n = 4500$ об/мин

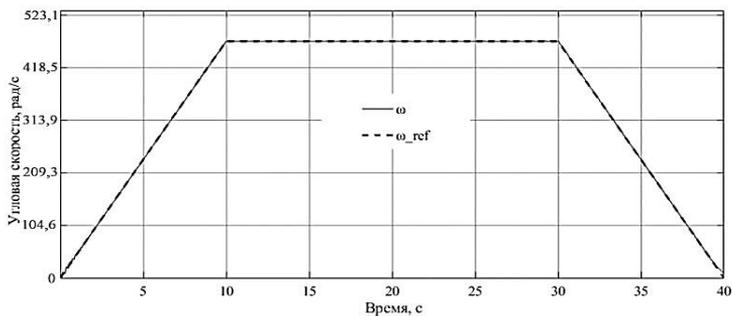


Рис. 10. Заданная (ω_{ref}) и действительная (ω) угловые скорости вращения ротора

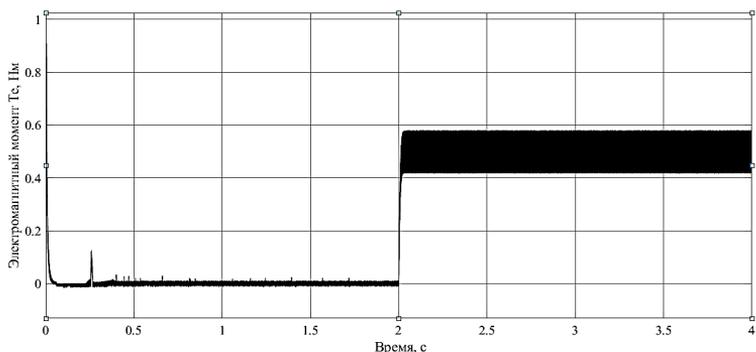


Рис. 11. Электромагнитный момент T_e :

$t = 0$ — пусковой момент; $t = [0; 2]$ — холостой ход; $t = [2; 4]$ — вращение при моменте нагрузки на валу двигателя $T_l = 0,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Полученные различные зависимости для реально существующей модели БДПТ Schneider Electric BDM4532S0138 свидетельствуют о заявленных преимуществах такого рода двигателя над коллекторным приводом.

Литература

- [1] Тушина Н.В., Юрковец Н.В. Микромашины постоянного тока. Перспективы развития бесколлекторных машин постоянного тока. *Актуальные проблемы авиации и космонавтики*, 2013, № 9, с. 235–236.
- [2] Григорьев М.А. Удельные показатели электроприводов. *Вестник ЮУрГУ. Серия Энергетика*, 2013, т. 13, № 1, с. 111–115.
- [3] Гаврилов Р.С., Мустафаев Ю.Н. *Управление синхронными машинами с постоянными магнитами*. Санкт-Петербург, Балт. гос. техн. ун-т, 2019.
- [4] Калачёв Ю.Н., Самохвалов Д.В. *Основы регулируемого электропривода*. URL: https://privod.news/files/anti_end.pdf (дата обращения 15.05.2024).
- [5] Красовский А.Б. *Основы электропривода*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015.

Поступила в редакцию 03.09.2024

Воробьева Анастасия Павловна — студентка кафедры «Компьютерные системы автоматизации производства», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Антропова Ирина Антоновна — студентка кафедры «Компьютерные системы автоматизации производства», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Люминарская Екатерина Станиславовна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Электротехника и промышленная электроника», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация. E-mail: luuminarskaja.caterina@yandex.ru, SPIN-код: 6463-0154

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Воробьева А.П., Антропова И.А. Создание математической модели бесколлекторного двигателя постоянного тока с использованием Matlab Simulink. *Политехнический молодежный журнал*, 2024, № 06 (95). URL: https://ptsj.bmstu.ru/catalog/iccc/inf_tech/1007.html

CREATING A MATHEMATICAL MODEL OF THE BRUSHLESS DC MOTOR USING THE MATLAB SIMULINK SOFTWARE ENVIRONMENT

A.P. Vorobyova

vorobevaap@student.bmstu.ru

I.A. Antropova

antropovaia@student.bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

The paper presents a mathematical model of the motor with permanent magnets and trapezoidal counter-EMF constructed in the MATLAB Simulink software environment. The motor is controlled by a given rotor speed, feedback is provided by three Hall sensors and a speed sensor. A three-phase bridge inverter is used in switching. A sawtooth pulse-width modulated signal controls the speed. A single-loop speed control system is created, it is implemented through a proportional-integral controller and a sawtooth voltage generator. A ready-made PMSM block from the Simscape library is used to solve equations of the rotor dynamics and the stator electrical equilibrium. The proposed mathematical model makes it possible to study theoretically the electric drives operation using a synchronous motor with permanent magnets.

Keywords: synchronous motor with permanent magnets, Hall sensor, stator, rotor, inverter, pulse-width modulated signal, controller

Received 03.09.2024

Vorobyova A.P. — Student, Department of Computer Systems of Production Automation, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Antropova I.A. — Student, Department of Computer Systems of Production Automation, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Luminarskaya E.S., Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Department of Electrical Engineering and Industrial Electronics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation. SPIN-code: 6463-0154. E-mail: luyminarskaja.caterina@yandex.ru

Please cite this article in English as:

Vorobyova A.P., Antropova I.A. Creating a mathematical model of the brushless dc motor using the matlab simulink software environment. *Politekhnichestkiy molodezhnyy zhurnal*, 2024, no. 06 (95). (In Russ.). URL: https://ptsj.bmstu.ru/catalog/icec/inf_tech/1007.html