

УДК 629.75

URL: https://ptsj.bmstu.ru/catalog/icec/inf_tech/1015.html

СОЗДАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ БЕСКОЛЛЕКТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММНОЙ СРЕДЫ MATLAB SIMULINK

Ю. Хуан

yuyangh22@163.com

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Рассмотрены вопросы многоимпульсного орбитального перехода с оптимизацией расхода топлива в рамках задачи межпланетного перелета «Земля — Марс». Проанализированы и использованы различные методы для разработки многоимпульсных перелетов. Предложен метод проектирования многоимпульсных орбит с использованием прямого метода оптимизации с учетом итерационной стратегии. Предложен альтернативный способ, учитывающий связь между орбитами малой тяги и импульсными орбитами. В данной работе решается задача нелинейного программирования с использованием топливно-оптимальной траектории перелета с малой тягой для получения многоимпульсного локально оптимального решения. Получены результаты сходимости для задач нелинейного программирования.

Ключевые слова: космические исследования, межпланетный перелет, оптимизация траектории, многоимпульсный маневр, генетический алгоритм

Введение. Среди миссий по исследованию дальнего космоса Марс как планета, наиболее похожая на Землю в Солнечной системе, привлекает большое внимание людей и является очень популярной целью различных исследований. Первый марсианский зонд был запущен в 1960 г., к настоящему моменту осуществлено 47 миссий по исследованию Марса [1]. 23 июля 2020 г. Китай также запустил свой первый марсианский зонд — «Тяньвэнь-1» [2]. Очень важной задачей в миссиях по исследованию Марса является баллистическое проектирование траектории перелета космического аппарата (КА), необходимое для минимизации расходов топлива. В свою очередь, это позволяет снизить стоимость полета и продлить срок реализации миссии. Безусловно, формирование оптимальной многоимпульсной траектории КА является актуальной проблемой не только при полетах к планетам, но и при планировании более сложных миссий [3].

При проектировании орбиты двухимпульсный маневр является самым простым способом, который требует решения задачи Ламберта. Так, Bond [4] разработал очень эффективный и универсальный метод для решения задачи Ламберта. Zhou [5] использовал этот универсальный метод для проектирования начальной орбиты перехода «Земля — Марс». Lawden [6] предложил тео-

рию базис-векторов для многоимпульсной оптимизации. Lion и Handelsman [7] проанализировали некоторые типичные случаи импульсных траекторий с фиксированным временем. Jezewski [8] реализовал эффективный метод оптимизации импульсных траекторий путем добавления дополнительного импульса. Qiao [9, 10] применил метод, состоящий из генетического алгоритма и градиентного метода, для точного поиска двух импульсной оптимальной орбиты, а также использовал метод Jezewski для проектирования импульсной орбиты перелета с гравитационными маневрами в глубоком космосе. Colasurdo [11] предложил метод косвенной оптимизации для импульсных переходов. Shen [12] использовал непрямой метод для проектирования многоимпульсных переходов «Луна — Земля» и разработал непрямой метод [13], который не требует начального предположения для операторов Лагранжа. Zhu [14] предложил метод продолжения амплитуды тяги для решения топливо-оптимальных орбитальных переходов с малой тягой. Если амплитуда тяги приближается к положительной бесконечности, то каждая дуга тяги может быть аппроксимирована импульсом скорости.

Цель данной работы — проанализировать преимущества и недостатки различных методов проектирования многоимпульсных перелетов и представить стратегии и методы для решения многоимпульсных задач оптимизации расхода топлива.

Описание модели движения. Вся орбита перелета может быть разделена на несколько этапов — орбита ухода, гелиоцентрическая орбита перелета и орбита захвата. В данной работе основная задача заключается в проектировании гелиоцентрической орбиты перелета, учитывая только гравитацию Солнца и игнорируя возмущения других планет, давление солнечной света и т. д. В статье для описания движения космических аппаратов и небесных тел используется гелиоцентрическая эллиптическая система отсчета (ГЭСО). Движение космического аппарата моделируется следующим образом:

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{v}; \quad \dot{\mathbf{v}} = -\frac{\mu}{R^3} \mathbf{R},$$

где \mathbf{R} — вектор положения; \mathbf{v} — вектор скорости; μ — гравитационная постоянная.

Формула Циолковского говорит о том, что топливо напрямую зависит от приращения скорости, что является важным фактором при проектировании перелетной орбиты:

$$\frac{m_{fuel}}{m_0} = 1 - \frac{m_f}{m_0} = 1 - \exp\left(-\Delta V / (g_0 I_{sp})\right).$$

Для удобства вычислений и сходимости алгоритмов расстояние, время и масса должны быть безразмерными, и единицы этих переменных можно определить как $AU = 1,495\,978\,706\,91 \cdot 10^{11}$ м; $TU = \sqrt{\frac{AU^3}{\mu_{\text{Сол}}}} = 5,022\,010\,6 \cdot 10^6$ с; $\mu_{\text{Сол}}$ — гравитационная постоянная Солнца, которая после безразмерной обработки равна единице; m_0 — начальная масса космического аппарата. Все гелиоцентрические положения и скорости небесных тел получены из JPL/HORIZONS [15].

Задача Ламберта. В миссиях по освоению дальнего космоса широко используются перелеты с большой тягой. Проблема Ламберта касается определения орбиты по двум векторам положения и времени полета, то есть определения соответствующих векторов скорости в двух положениях. Таким образом, решив задачу Ламберта, можно преобразовать задачу оптимизации импульсного полета в задачу многомерного поиска. В данной работе для решения задачи Ламберта используется метод универсальных переменных, разработанный Bond [4]. Этот надежный метод подходит для всех видов конических кривых, поскольку обладает высокой точностью, сходимостью и эффективностью вычислений.

Теория базис-вектора. Теория базис-вектора основана на принципе минимизации и дает набор необходимых условий, которые должны выполняться при оптимальности многоимпульсных орбит. Процесс оптимизации, основанный на теории базис-вектора подробно описан в [6–8].

Оптимальный двухимпульсный перелет. В миссии двухимпульсного перелета задача превращается в поиск временных переменных, которые можно обозначить через $\mathbf{X}_{2\text{-имп}} = [t_0, \dots, t_f]$, где t_0, t_f представляют собой время старта и прибытия соответственно. Для различных моментов времени, когда КА покидает и прибывает к небесному телу, можно получить соответствующую энергию (квадрат гиперболической избыточной скорости, $C_3 = v_\infty^2$), решив задачу Ламберта, а затем сформировать «контурную карту» (рис. 1), по которой можно определить окно запуска. В рамках решаемой задачи предполагается, что максимальная энергия запуска и прибытия составляет 40 и 60 км²/с² соответственно. Окно запуска должно соответствовать ограничениям по энергии запуска и прибытия. Таким образом, с 2023 по 2025 г. окно запуска к Марсу — с начала августа 2024 г. до середины января 2025 г.

На рис. 1 видна узкая область, где контурные линии очень густые и разделяют форму контуров на две части, между которыми энергия быстро возрастает при небольшом изменении времени. Это связано с фазовым углом

между Землей и Марсом. Когда угол приближается к π , угол между плоскостью орбиты, определяемой положением Солнца, Земли и Марса, и эклиптикой быстро меняется на π , что требует значительного количества топлива для изменения наклона орбиты.

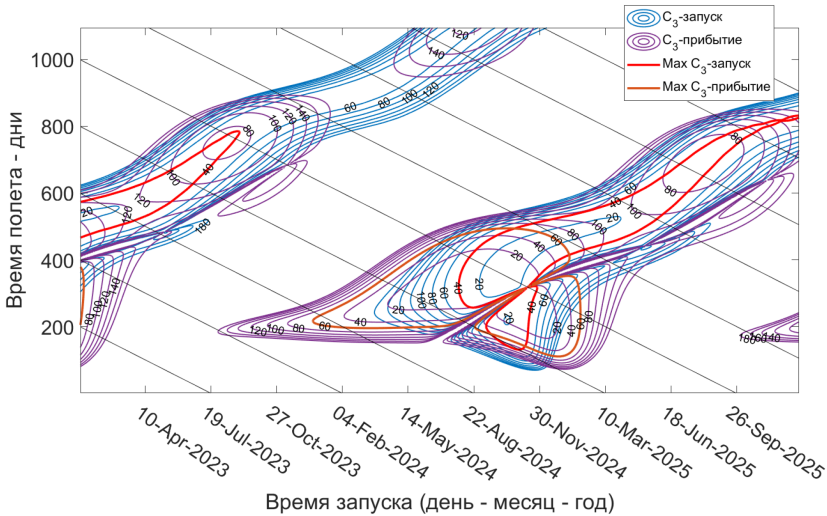


Рис. 1. Контурная карта энергии

Однако методы создания контурных карт требуют много вычислений и времени для поиска неизвестного вектора $\mathbf{X}_{2\text{-имп}}$ и могут быть недостаточно точными. Чтобы определить оптимальную двухимпульсную орбиту с высокой эффективностью, точностью и быстрым расчетом, реализуем следующую стратегию: 1) сначала используем генетический алгоритм (ГА), который является интеллектуальным алгоритмом оптимизации без требования к градиенту функции объекта, для поиска глобальных оптимальных переменных с целью минимизации показателя эффективности стоимости топлива $J_{2\text{-имп}} = \Delta V_0 + \Delta V_f$; 2) затем на основе результатов, полученных с использованием ГА, запускаем алгоритм последовательного квадратичного программирования (SQP) или алгоритм внутренних точек (IP), который может продолжить оптимизацию $\mathbf{X}_{2\text{-имп}}$ с более высокой точностью.

Ограничим время старта и прибытия интервалом 2025–2027 гг. После выполнения вышеуказанных шагов получим оптимальную орбиту перелета с двумя импульсами, показанную на рис. 2. Видно, что это оптимальная орбита с двумя импульсами без необходимости добавления среднего импульса. Параметры такой орбиты представлены в табл. 1 и 2.

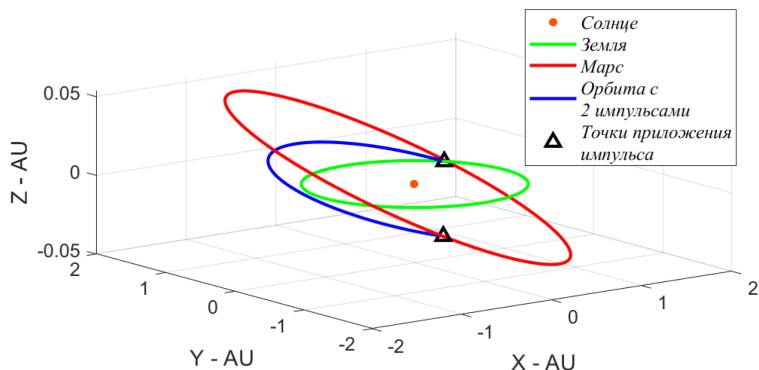


Рис. 2. Оптимальная орбита двухимпульсного перелета

Оптимальный многоимпульсный перелет с фиксированным временем. Для многоимпульсного перелета индекс эффективности топливной оптимизации может быть представлен в виде

$$J = \sum_{i=1}^N \|\Delta \mathbf{V}_i\|,$$

где $\|\Delta \mathbf{V}_i\|$ обозначает абсолютную величину i -го импульса; N — количество всех импульсов.

Предположим, что формируется двухимпульсная опорная орбита с фиксированным временем и что она неоптимальна. Тогда для снижения затрат топлива можно применить промежуточный импульс, обозначенный подстрочным индексом m . Частная производная J по отношению к $\mathbf{X}_m = [\mathbf{r}_m, t_m]$ может быть представлена в виде

$$\nabla J = \frac{\partial J}{\partial \mathbf{X}_m} = \begin{cases} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{r}_m} = \dot{\lambda}_{v\ m}^+ - \dot{\lambda}_{v\ m}^-; \\ \frac{\partial J}{\partial t_m} = -\left(\dot{\lambda}_{v\ m}^+ V_m^+ - \dot{\lambda}_{v\ m}^- V_m^- \right). \end{cases}$$

Чтобы начать итерационную процедуру, начальное значение \mathbf{X}_m следует задать как $\mathbf{X}_m = \mathbf{X}_{\|\lambda_v\|_{\max}} + \Delta \mathbf{X}$, $\mathbf{X}_{\|\lambda_v\|_{\max}}$ — это положение точки, в которой $\|\lambda_v\|$ достигает максимума, а $\Delta \mathbf{X}$ представляет собой небольшое возмущение положения. На основе градиентной функции уравнения итерационная процедура поиска оптимального значения \mathbf{X}_m продолжается до тех пор, пока $|\nabla J|$ меньше заданного допуска. Затем проверяется, удовлетворяет ли сходя-

щаяся орбита необходимым условиям *Lawden* для локальной оптимальности. Если удовлетворяет, то итерация завершается, если нет, то необходимо добавить еще один импульс и продолжить поиск заново.

Критерии оптимальности *Lawden*: 1) $\|\lambda_v\|$ и $\|\dot{\lambda}_v\|$ непрерывны везде; 2) когда приложен импульс среднего курса, λ_{vm} совпадает с импульсом среднего курса и $\|\lambda_{vm}\| = 1$; 3) на дуге каботажного движения величина вектора primer должна удовлетворять $\|\lambda_v\| \leq 1$; 4) во всех внутренних точках, соединяющих дуги прибрежного движения, $\|\dot{\lambda}_{vm}\| = 0$.

Следует отметить, что оптимальная орбита, удовлетворяющая необходимым условиям, может быть просто локально оптимальной, так как неоптимальная орбита при том же количестве импульсов может потребовать меньших затрат топлива, что особенно актуально, когда требуется смена плоскости с большим наклоном. И лучшее решение может быть найдено путем добавления дополнительного импульса к неоптимальной орбите и оптимизации этого импульса для получения оптимального результата. В данном случае оптимальная орбита для двухимпульсного перелета между 2023 и 2025 гг. была найдена с использованием метода, аналогичного тому, что применялся выше.

На рис. 3 видно, что плоскость оптимальной орбиты перелета с двумя импульсами не находится между плоскостями орбит Земли и Марса, что противоречит принципу орбитального перелета. И полученная орбита перелета с двумя импульсами между 2023 и 2025 гг. отличается от орбиты между 2025 и 2027 гг. Хотя после синодического периода (779,94 дня) Земля и Марс соединяются с одинаковым фазовым углом, их z -координаты в ГЭСО значительно отличаются от прежних, что вызвано разными наклонами плоскостей орбит двух тел.

Можно предположить, что при добавлении промежуточного импульса траекторию можно будет проложить между двумя плоскостями и, соответственно, уменьшить расход топлива.

На основе полученной оптимальной орбиты двухимпульсного перелета с фиксированным временем старта и прибытия необходимо найти четырехмерный вектор $X_{m3-имп} = [R_x, R_y, R_z, t_m]$, состоящий из координат положения R_x, R_y, R_z и времени среднего импульса t_m , с целью получения минимума $J_{3-имп}$.

Для решения этой проблемы также используется функция-решатель *fmincon* в MATLAB. Для оптимизации рекомендуется использовать метод IP

или SQP. Рекомендуемые значения настройки функции *fmincon*. 'MaxIter' (максимальное количество итераций) и 'MaxFunEvals' (максимальное количество вычислений функции) установлены на 500 и 5000 соответственно. Значения параметров 'StepTolerance' (шаговое допущение), 'FunctionTolerance' (допущение функции), 'ConstraintTolerance' (допущение ограничений) и 'OptimalityTolerance' (допущение оптимальности) приняты равными 10^{-10} . Значение параметра 'CheckGradients' (проверка градиентов задано как 'True').

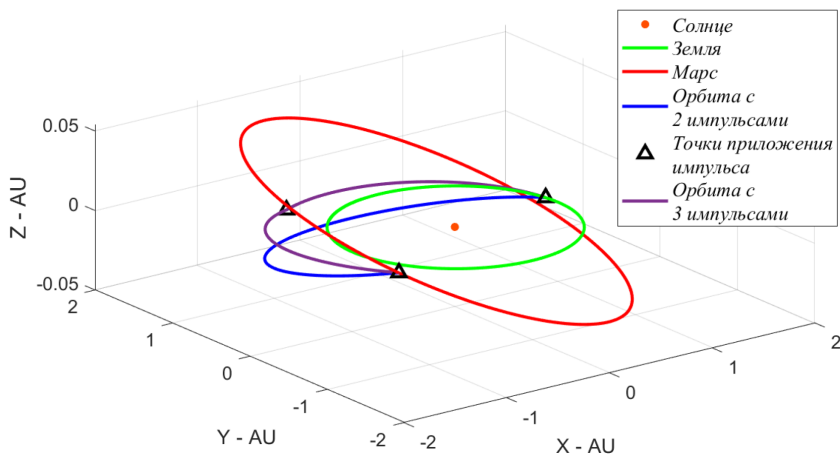


Рис. 3. Орбита трехимпульсного перелета

Оптимальная орбита трехимпульсного перелета показана на рис. 3. Первый импульс осуществляется без изменения наклона орбиты. После достижения подходящей позиции выполняется второй импульс, чтобы изменить малое значение наклона. В самой дальней точке от Солнца подается третий импульс, изменяющий остаточное большое наклонение и обеспечивающий встречу с Марсом. Это соответствует опыту орбитальных перелетов. Параметры орбиты перелета приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Временные параметры различных орбит перелета

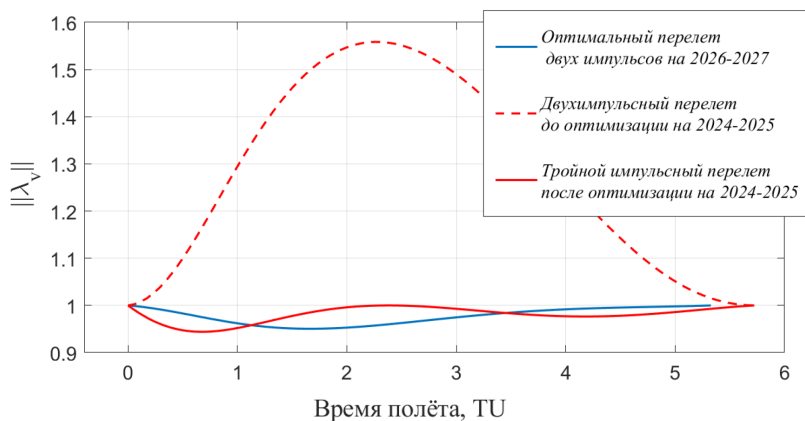
Время (UTC)	Двухимпульсный перелет	Трехимпульсный перелет
	Схема 1	Схема 2
Запуск	2026-10-30 (21:22:30)	2024-10-01 (00:01:02)
Промежуточный	—	2025-02-16 (09:27:13)
Прибытие	2027-09-05 (11:40:11)	2025-08-29 (15:41:23)
Время полета, дни	309,5956	332,6530

Таблица 2

Характерные параметры различных орбит перелета

Параметр	Двухимпульсный перелет		Трехимпульсный перелет
	Схема 1	Схема 2	
Импульс скорости, км/с	5,784 391	6,123 473	6,013 739
Удельный импульс, с		300	
Начальная масса, кг		5 500	
Расход топлива, кг	4 731,051 9	4 814,814 6	4 788,757 2
Конечная масса, кг	768,948 1	685,1854	711,242 8

Таким образом, можно обобщить полученные результаты изменения параметра $\|\lambda_v\|$ (см. рис. 4).

Рис. 4. Изменения параметра $\|\lambda_v\|$

Согласно теории базис-вектора, если модуль базис-вектора $\|\lambda_v\|$ больше единицы, то траектория может быть улучшена добавлением среднего импульса. На рис. 4 видно, что необходимые условия выполняются.

Метод оптимизации многоимпульсных орбит с использованием орбит малой тяги. Оптимальную орбиту можно получить, добавляя промежуточные импульсы для оптимизации орбиты, однако в этом методе время передачи орбиты фиксировано. Поэтому для получения более оптимальной орбиты требуется также оптимизация параметров начального и конечного моментов. Такая стратегия решения оптимальных многоимпульсных орбит показана на рис. 5.

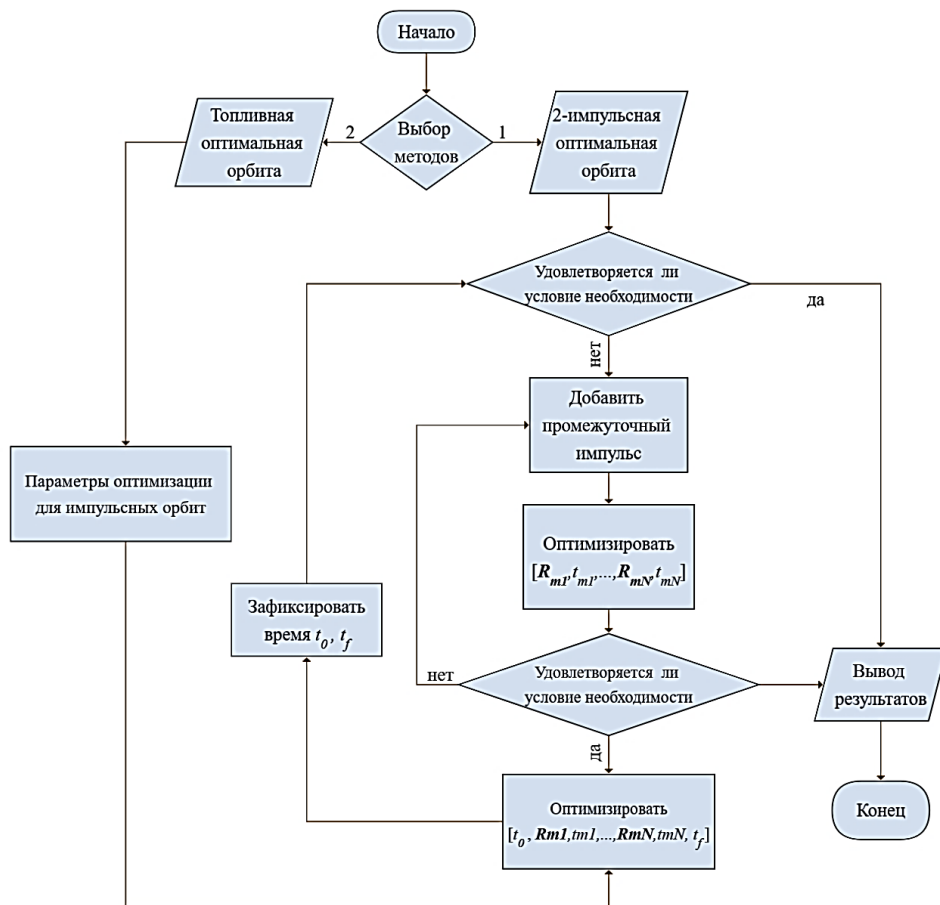


Рис. 5. Итерационный алгоритм оптимизации

Ниже описана итерационная стратегия, использующая в качестве исходных данных двухимпульсные оптимальные орбиты.

Шаг 1. Определите оптимальную двухимпульсную орбиту.

Шаг 2. Выясните, удовлетворяет ли орбита необходимым условиям. Если нет, добавляйте промежуточные импульсы и оптимизируйте параметры положения и времени, соответствующие промежуточным импульсам; если орбита все еще не удовлетворяет необходимым условиям после сходимости оптимизации, продолжайте добавлять промежуточные импульсы до тех пор, пока необходимые условия не будут удовлетворены.

Шаг 3. После шага 2 добавьте начальный и конечный временные параметры траектории к параметрам оптимизации; после сходимости оптимизации зафиксируйте начальное и конечное время; оцените, выполняются ли

необходимые условия. Если существуют ограничения на временные параметры, учитывайте и их.

Шаг 4. Если результат шага 3 удовлетворяет необходимым условиям, процедура завершается.

Но такая стратегия, скорее всего, потребует повторения множества шагов до получения конечного результата. Предлагаемый нами метод позволяет угадывать параметры оптимизации и пропускать некоторые рутинные шаги.

На оптимальной топливной орбите с малой тягой тяга сгорает в оптимальных положениях и в оптимальное время. Естественно рассматривать импульсный перелет как предел перелета с малой тягой, когда растет максимальная тяга или увеличивается время перелета [17]. Когда время дуги тяги сокращается достаточно мало, перелет можно рассматривать как импульсный. Таким образом, можно определить оптимальную орбиту многоимпульсного перелета на основе оптимальной орбиты с малой тягой.

Однако нам не требуется решать проблему перелета с малой тягой при очень большой максимальной тяге, что является очень неэффективной задачей. Нам нужно решить только несколько проблем перелета с малой тягой при подходящей тяге и оптимизировать импульсную орбиту с решением перелета с малой тягой.

Нужно примерно определить период орбиты перелета. Наименее затратным по топливу способом перелета орбит между двумя компланарными окружностями с отношением радиусов менее 11,94 является перелет по методу Гомана, при котором орбита перелета представляет собой полуоборот. При наличии разницы в наклонении между орбитами отправления и цели орбиты могут быть оптимизированы путем добавления импульсов за пределами времени перелета в дополнение к добавлению импульсов в течение времени перелета, что увеличит время перелета. Исходя из нашего опыта, в качестве начальной орбиты можно выбрать орбиту с малой тягой и одним кругом оборотом.

Для того чтобы получить орбиту с малой тягой, необходимо определить граничные условия орбиты. В исследовании был использован метод формы [18, 19], который представляет собой метод проектирования начальной орбиты с малой тягой, дающий аналитическое решение, в сочетании с подходом генетического алгоритма для определения оптимальных начального и конечного моментов. После этого граничные условия могут быть получены из эфемерид. После определения граничных условий можно решить оптимальную по топливу задачу перелета с малой тяги. Решение может быть выполнено прямым [20, 21] и косвенным методами [22, 23].

Сначала необходимо решить серию топливно-оптимальных задач с увеличением максимально допустимой тяги. Далее необходимо получить вели-

чину и время тяги в начале и конце каждой дуги горения, после чего подобрать подходящие полиномы для вариации профиля тяги. В общем случае подходят полиномы первого или третьего порядка. Затем необходимо найти точки пересечения полиномиальных кривых, соответствующих каждой дуге тяги, после чего можно использовать положение и время пересечения на орбите с малой тягой в качестве начального предположения для последующей оптимизации многоимпульсной орбиты.

Для определения оптимальной многоимпульсной орбиты неизвестный вектор переменных поиска может быть определен через вектор $\mathbf{X} = [t_0, t_{m1}, \mathbf{R}_{m1}, \dots, t_{mN}, \mathbf{R}_{mN}, t_f]^T$, который состоит из $2 + 4N$ компонент. При этом t_0 обозначает время старта; t_f — время прибытия; $t_{mi}, \mathbf{R}_{mi} (i = 1, \dots, N)$ — время и координаты x - y - x i -го промежуточного импульса. Для поиска оптимального \mathbf{X} большое значение имеет начальное предположение об \mathbf{X} . Индекс производительности выражается как сумма норм изменений скорости $\sum_{i=1}^{N+2} \Delta \mathbf{V}_i$. Ограничения равенства включают условие, что начальные и конечные координаты и скорости должны быть равны заданным значениям: $\mathbf{R}(t_0) = \mathbf{R}_{t_0}, \mathbf{R}(t_f) = \mathbf{R}_{t_f}, \mathbf{V}(t_0) = \mathbf{V}_{t_0}, \mathbf{V}(t_f) = \mathbf{V}_{t_f}$. Таким образом, формулируется задача нелинейного программирования.

В рассматриваемом случае имеется три дуги тяги. Были выбраны полиномы первого порядка для первой дуги и полиномы третьего порядка для второй и третьей дуг. Кривые подгонки и угаданные точки на орбите показаны на рис. 6 и 7 соответственно. После получения начальных предположений были оптимизированы трех-, четырех- и пятиимпульсные орбиты перелета. Результаты представлены в табл. 3.

В качестве примера рассмотрим орбиты с тремя и пятью импульсами. Суммарное приращение скорости оптимальных трехимпульсной и пятиимпульсной орбит составляет 5,5034 и 5,2994 км/с соответственно, а время их полета — 526,04 и 831,52 сут. Их орбиты показаны на рис. 8 и 9 соответственно. Видно, что суммарное приращение скорости значительно улучшилось по сравнению с результатами, приведенными в табл. 2.

Хотя на данном этапе эти оптимальные результаты все еще могут не удовлетворять необходимым условиям оптимальности *Lawden*, на следующем этапе можно провести дополнительную оптимизацию, чтобы необходимые условия были выполнены. Отметим, что все рассмотренные здесь оптимизации являются локальными.

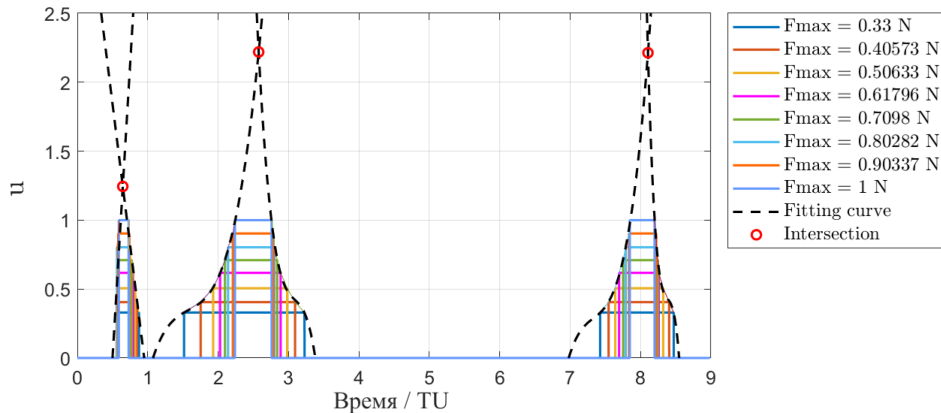


Рис. 6. Контурные линии в зависимости от формы профиля тяги

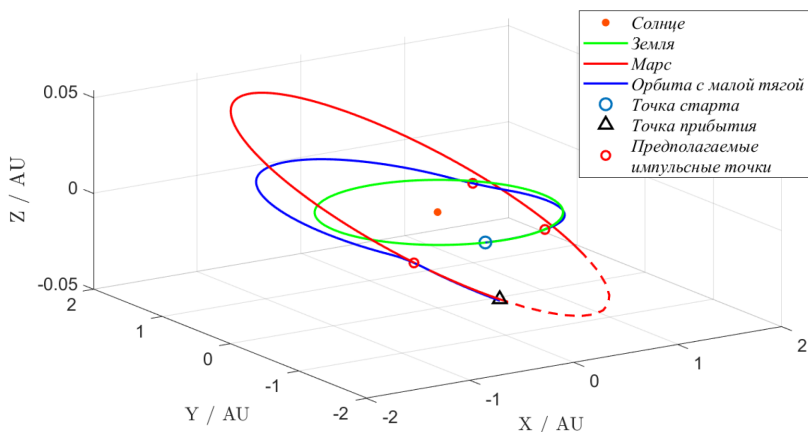


Рис. 7. Предполагаемые точки импульса на топливо-оптимальной орбите с малой тягой

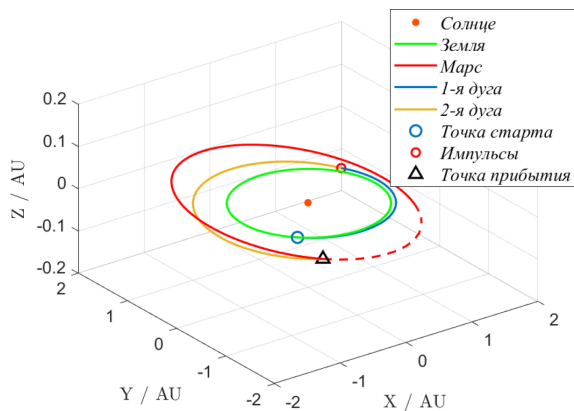


Рис. 8. Трехимпульсная оптимальная орбита перелета

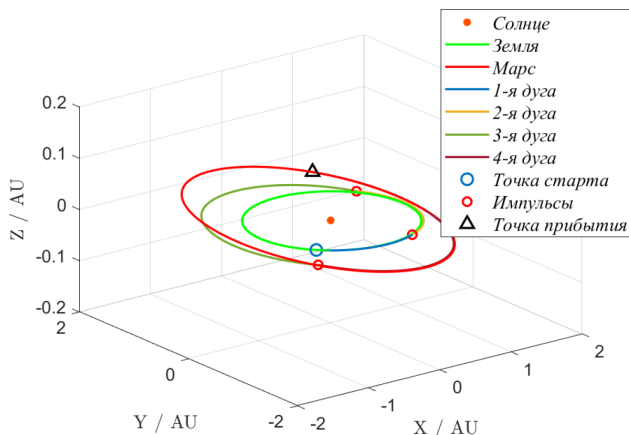


Рис. 9. Пятиимпульсная оптимальная орбита перелета

Таблица 3

Результаты сходимости для задач нелинейного программирования

Параметры перелета	Схема 1	Схема 2
<i>Трехимпульсный перелет</i>		
Время полета, сут	487,3830	526,0441
Суммарное приращение скорости, км/с	5,5561	5,5034
<i>Четырехимпульсный перелет</i>		
Время полета, сут	502,8126	786,0066
Суммарное приращение скорости, км/с	5,4916	5,3201
<i>Пятиимпульсный перелет</i>		
Время полета, сут	747,0516	831,5240
Суммарное приращение скорости, км/с	5,3376	5,2994

Заключение. Карта энергетических контуров может дать проектировщикам орбит интуитивное представление об окне запуска, но ее можно использовать только в качестве вспомогательной цели, а не непосредственно для проектирования орбит, поскольку она требует слишком много вычислений и не удовлетворяет требованиям по точности.

Генетические алгоритмы, которые не зависят от градиента параметров оптимизации, могут быть использованы для глобального поиска двухимпульсной схемы перелета, а также могут быть использованы вместе с алгоритмом оптимизации SQP или IP для получения точной орбиты перелета. После этого к полученной двухимпульсной траектории могут быть добавлены промежуточные импульсы для дальнейшего уменьшения приращения скорости, необходимого для перелета, исходя из необходимых условий оптимальности.

Стратегию добавления промежуточных импульсов и оптимизации позиционных и временных параметров при применении импульсов можно повторять до тех пор, пока не будет выполнено условие оптимальности. В данной работе изучена задача нелинейного программирования с использованием топливно-оптимальной траектории перелета с малой тягой для получения многоимпульсного локально оптимального решения. Предлагаемая стратегия может быть инициирована новым способом с использованием этого метода.

В то же время отметим, что при проектировании орбиты трудно получить одновременно минимальный расход топлива и минимальное время пересадки, и обычно требуется компромисс между ними.

Литература

- [1] NASA. Mars Chronology. NASA Planetary Data System. URL: https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/chronology_mars.html (accessed June 3, 2024).
- [2] Zezhou S.U.N., Wei R.A.O., Yang J.I.A. Key mission system design of Tianwen-1 Mars probe. *J. Aerospace Control and Application*, 2021, vol. 47 (5), pp. 9–16. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1674-1579.2021.05.002>
- [3] Biktimirov S., Ivanov A., Toporkov A., Skobelev P. Near-Earth asteroids utilization as a base for building of Earth-Mars-Moon economy. *Proceeding of 69th International Astronautical Congress*, Germany, Bremen, 2018. EDN: CQCSVI
- [4] Bond V.R., Allman M.C. *Modern Astrodynamics: Fundamentals and perturbation methods*. Princeton, Princeton University Press, 1996.
- [5] Zhou Jie, Zhang Shuyu, Liu Fucheng. Preliminary Trajectory Design and Simulation of Mars Probe Based on Universal Variables. *J. Aerospace Shanghai*, 2014, vol. 31 (2), pp. 19–25. <https://doi.org/10.19328/j.cnki.1006-1630.2014.02.004>
- [6] Lawden D.F. *Optimal Trajectories for Space Navigation*. London, Butterworths, 1963, chapter 3, pp. 54–68.
- [7] Lion P.M., Handelsman M. Primer vector on fixed-time impulsive trajectories. *J. Aiaa Journal*, 1968, vol. 6 (1), pp. 127–132. <https://doi.org/10.2514/3.4452>
- [8] Jezewski D.J., Rozendaal H.L. An efficient method for calculating optimal free-space n-impulse trajectories. *J. AIAA journal*, 1968, vol. 6 (11), pp. 2160–2165. <https://doi.org/10.2514/3.4949>
- [9] Dong Qiao. *Study of transfer trajectory design method for deep space exploration and application to small body exploration*. Harbin, Harbin Institute of Technology, 2007. (In Chinese).
- [10] Pingyuan Cui, Dong Qiao, Hutao Cui. *Deep space exploration orbit design and optimisation*. Beijing, Science Press, 2013.

- [11] Colasurdo G., Pastrone D. Indirect optimization method for impulsive transfers. *Astrodynamics Conference*, 1994, vol. 3762. <https://doi.org/10.2514/6.1994-3762>
- [12] Shen H.X., Casalino L. Indirect optimization of three-dimensional multiple-impulse Moon-to-Earth transfers. *J. The Journal of the Astronautical Sciences*, 2014, vol. 61, pp. 255–274. <https://doi.org/10.1007/s40295-014-0018-9>
- [13] Shen H.X., Casalino L., Luo Y.Z. Global search capabilities of indirect methods for impulsive transfers. *J. The Journal of the Astronautical Sciences*, 2015, vol. 62, pp. 212–232. <https://doi.org/10.1007/s40295-015-0073-x>
- [14] Zhu Z., Gan Q., Yang X. et al. Solving fuel-optimal low-thrust orbital transfers with bang-bang control using a novel continuation technique. *J. Acta Astronautica*, 2017, vol. 137, pp. 98–113. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2017.03.032>
- [15] *Solar System Dynamics Group, Horizons On-Line Ephemeris System, Jet Propulsion Laboratory*. URL: <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/> (accessed May 15, 2024).
- [16] Chiaradia A.P.M., Kuga H.K., Prado A.F.B.A. Comparison between two methods to calculate the transition matrix of orbit motion. *J. Mathematical Problems in Engineering*, 2012. <https://doi.org/10.1155/2012/768973>
- [17] Gergaud J., Haberkorn T. Orbital transfer: Some links between the low-thrust and the impulse cases. *J. Acta Astronautica*, 2007, vol. 60 (8–9), pp. 649–657. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2006.10.009>
- [18] Wall B.J., Conway B.A. Shape-based approach to low-thrust rendezvous trajectory design. *J. Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, vol. 32 (1), pp. 95–101. <https://doi.org/10.2514/1.36848>
- [19] Wall B. Shape-based approximation method for low-thrust trajectory optimization. *AIAA/AAS astrodynamics specialist conference and exhibit*, 2008, vol. 6616. <https://doi.org/10.2514/6.2008-6616>
- [20] Garg D., Patterson M.A., Franconin C. et al. Direct trajectory optimization and costate estimation of finite-horizon and infinite-horizon optimal control problems using a Radau pseudospectral method. *J. Computational Optimization and Applications*, 2011, vol. 49, pp. 335–358. <https://doi.org/10.1007/s10589-009-9291-0>
- [21] Darby C.L., Hager W.W., Rao A.V. Direct trajectory optimization using a variable low-order adaptive pseudospectral method. *J. Journal of Spacecraft and Rockets*, 2011, vol. 48 (3), pp. 433–445. <https://doi.org/10.2514/1.52136>
- [22] Jiang F., Baoyin H., Li J. Practical techniques for low-thrust trajectory optimization with homotopic approach. *J. Journal of guidance, control, and dynamics*, 2012, vol. 35 (1), pp. 245–258.
- [23] Saghmanesh M., Baoyin H. A robust homotopic approach for continuous variable low-thrust trajectory optimization. *J. Advances in Space Research*, 2018, vol. 62 (11), pp. 3095–3113. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2018.08.046>

Поступила в редакцию 03.07.2024

Хуан Юйян — студент кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Топорков Алексей Геннадьевич, старший преподаватель «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация. E-mail: agtoporkov@bmstu.ru, SPIN-код: 3514-4649.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Хуан Ю. Исследование различных методов для решения задач оптимизации импульсных межпланетных перелетов «Земля — Марс». *Политехнический молодежный журнал*, 2024, № 06 (95). URL: <https://ptsj.bmstu.ru/catalog/arise/adbmc/1015.html>

STUDYING DIFFERENT METHODS IN SOLVING OPTIMIZATION PROBLEMS OF THE IMPULSE EARTH — MARS INTERPLANETARY FLIGHTS

Y.Y. Huang

yuyangh22@163.com

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

The paper considers problems of a multi-impulse orbital transfer with the fuel consumption optimization within the framework of the Earth — Mars interplanetary flight. It analyzes and applies various methods in developing the multi-impulse flights. The paper proposes a method for designing multi-impulse orbits using the direct optimization and taking into account the iterative strategy. An alternative technique is proposed that takes into account relationship between the low-thrust and impulse orbits. The paper solves the nonlinear programming problem using the fuel-optimal trajectory in a low-thrust flight to obtain the multi-impulse locally optimal solution. Convergence results for the nonlinear programming problems are obtained.

Keywords: space research, interplanetary flight, trajectory optimization, multi-impulse maneuver, genetic algorithm

Received 03.07.2024

Huang Y.Y. — Student, Department of Dynamics and Flight Control of Rockets and Spacecraft, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Toporkov A.G., Senior Lecturer, Department of Dynamics and Flight Control of Rockets and Spacecraft, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation. E-mail: agtoporkov@bmstu.ru, SPIN-code: 3514-4649.

Please cite this article in English as:

Huang Y.Y. Studying different methods in solving optimization problems of the impulse Earth — Mars interplanetary flights. *Politekhnicheskij molodezhnyy zhurnal*, 2024, no. 06 (95). (In Russ.). URL: <https://ptsj.bmstu.ru/catalog/arise/adbmc/1015.html>