

УДК 533.69

URL: <https://ptsj.bmstu.ru/catalog/arise/adbmс/1118.html>

КУСОЧНО-ГЛАДКАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ДОННОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ОТ ЧИСЛА МАХА

И.А. Кузьмин

kia21m091@student.bmstu.ru

Л.А. Лаптева

Lapteva_l@bmstu.ru

SPIN-код: 8865-0451

Д.Ю. Тищенко

TishchenkoDY@bmstu.ru

SPIN-код: 6205-2189

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Представлена методика кусочно-гладкой аппроксимации на основе метода наименьших квадратов, позволяющая получать сложные функциональные зависимости высокого порядка от одной переменной с высокой точностью и соответствием физической природе аппроксимируемых данных и минимальными скачками значений функции в точках стыка промежутков разбиения. Предложен критерий качества аппроксимации, включающий в себя такие показатели, как относительное отклонение, соответствие аппроксимирующих значений физической природе аппроксимируемых, качество описания вблизи границ областей определения. Поиск оптимального разбиения выполнен с помощью эволюционного алгоритма оптимизации. Аппроксимированы значения коэффициента донного сопротивления фюзеляжа ракеты.

Ключевые слова: внешняя баллистика, аэродинамические коэффициенты, коэффициент донного сопротивления, аппроксимация, кусочно-гладкие функции, метод наименьших квадратов, оптимизация, дифференциальная эволюция

Введение. Задачей данной работы является разработка методики аппроксимации зависимостей аэродинамических коэффициентов от одной переменной и ее применение к аппроксимации зависимости коэффициента донного сопротивления от числа Маха, а также создание программного обеспечения (ПО) для ее реализации.

Методика и соответствующее ей ПО должны отвечать ряду требований, таких как:

- 1) адаптивность к широкому перечню входных данных;
- 2) обеспечение минимальных отклонений аппроксимирующих значений от аппроксимируемых;
- 3) обеспечение соответствия математической зависимости и физических процессов.

Графические зависимости аэродинамических характеристик (АДХ) от геометрических параметров летательного аппарата (ЛА) и параметров набегающе-

го потока служат основой одного из важнейших инструментов аэродинамического проектирования ЛА — эмпирико-аналитической методики расчета АДХ.

На ранних этапах проектирования ЛА, когда его аэродинамический облик еще не определен, для описания динамического воздействия набегающего потока при оценке внешнебаллистических характеристик используют стандартные коэффициенты аэродинамического сопротивления: функцию аэродинамического сопротивления 1943 г. для артиллерийских снарядов и функцию аэродинамического сопротивления 1955 г. для оперенных снарядов [1]. Этих коэффициентов недостаточно для внешнебаллистического проектирования образцов ракетного оружия: необходимо учесть влияние двигательной установки на силу лобового сопротивления, поскольку сила лобового сопротивления зависит от режима работы двигательной установки [2]. Для правильного учета необходимо ввести коэффициент донного сопротивления для некоторой цилиндрической кормовой части. Но этот коэффициент зависит от геометрии ЛА, которая еще не определена. Вместо сложно определяемого коэффициента, зависящего от геометрических параметров, вводят коэффициент донного сопротивления осредненного ЛА [3], зависящий только от числа Маха набегающего потока и получаемый как среднее значение коэффициента донного сопротивления в интервале возможных значений (рис. 1). Полученная «средняя линия» соответствует коэффициенту донного сопротивления неоперенного цилиндрического фюзеляжа ЛА длиной 3 м с удлинением 12.

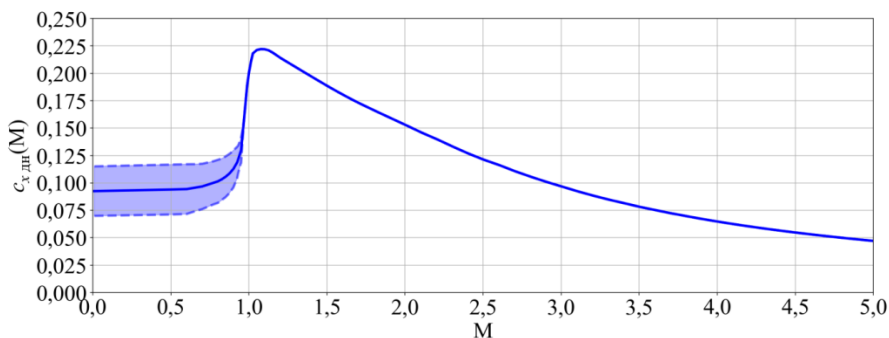


Рис. 1. Диапазон значений коэффициента донного сопротивления [3] и средняя кривая

Поскольку функция аэродинамического сопротивления 1943 г. и функция аэродинамического сопротивления 1955 г. имеют кусочно-гладкий вид, коэффициент донного сопротивления следует представить в виде гладкой

или кусочно-гладкой функции [4]. Однако в настоящее время известна только его номограмма, вычисляемая для заданных геометрических параметров в зависимости от числа Маха с помощью библиотеки подпрограмм AeroBDSM (SDK) [5, 6], частично по эмпирико-аналитическим формулам [3] и графической номограмме [3].

Исходные данные. В работе была рассмотрена область чисел Маха в интервале от 0 до 7. Для обработки область была разбита сеткой на 10 000 точек с равномерным шагом. Для увеличения разрешения аппроксимации на трансзвуковом участке в диапазоне чисел Маха от 0,9 до 1,5 на имеющуюся сетку была наложена еще одна сетка с 5 000 точек и соответствующим равномерным шагом. Таким образом был получен набор чисел Маха, для которых были вычислены аппроксимируемые и аппроксимирующие значения, значения качественных показателей и другие значения.

С помощью библиотеки подпрограмм AeroBDSM (SDK) [5, 6] была определена номограмма коэффициентов донного сопротивления фюзеляжа на выбранном наборе чисел Маха (рис. 2).

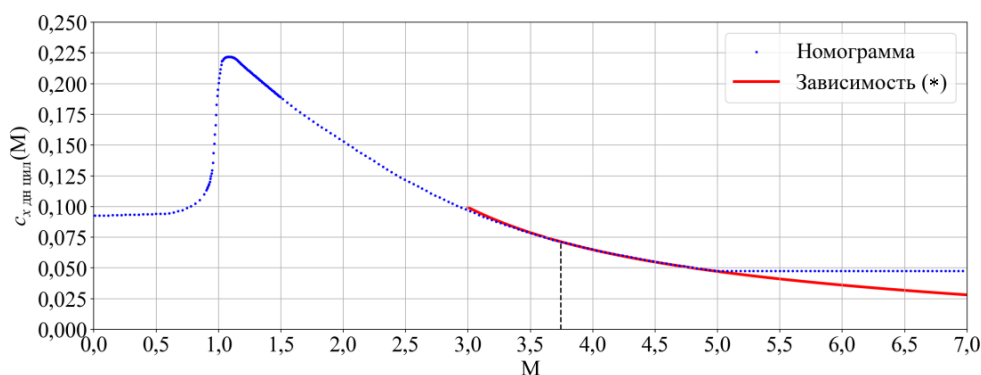


Рис. 2. Пересечение номограммы коэффициента донного сопротивления в зависимости от числа Маха, вычисляемая с помощью библиотеки подпрограмм AeroBDSM (SDK) [5, 6] и графика зависимости (*)

Поскольку данные [3] не отражают зависимость коэффициента донного сопротивления при числе Маха $M > 5$, они были дополнены зависимостью из книги Н.Ф. Краснова [7]:

$$c_{x \text{ дн цил}}(M) = \frac{1,43}{M^2} - \frac{0,772}{M^2} (1 - 0,011M^2)^{3,5}. \quad (*)$$

Данную зависимость можно считать справедливой при $M > 3$. Поскольку значения из номограммы на рис. 2 и зависимости (*) близки, но не совпадают, графически была определена точка пересечения этих двух кривых. Было принято, что кривые пересекаются при числе Маха $M = 3,74289$.

Таким образом, аппроксимируемые значения до точки пересечения были определены по номограмме из книги [3], изображенной на рис. 2, а после — по формуле (*). Производная коэффициента донного сопротивления $c_{x \text{ дн цил}}$ от числа Маха была определена численно:

$$\frac{dc_{x \text{ дн цил}}(M)}{dM} = \frac{c_{x \text{ дн цил}}(M + \Delta M) - c_{x \text{ дн цил}}(M)}{\Delta M}.$$

Качество аппроксимации оценивали с помощью показателя, отражающего сумму отклонений аппроксимирующих значений от аппроксимируемых значений.

Метод наименьших квадратов. Основой примененной кусочно-гладкой аппроксимации является метод наименьших квадратов [8]. Пусть имелось соответствие точки с радиус-вектором $\vec{T}_i = t_{0,i}, t_{1,i}, \dots, t_{n,i}^T$ и числа f_i , где i — номер точки. Если определить ближайшую к аппроксимируемому набору точек гиперплоскость как

$$\hat{f}(\vec{T}) = w_0 t_0 + w_1 t_1 + \dots + w_n t_n,$$

то функция квадрата ошибок

$$Q = \sum_{i=0}^N (f_i - \hat{f}_i)^2 = \sum_{i=0}^N (f_i - w_0 t_{0,i} + w_1 t_{1,i} + \dots + w_n t_{n,i})^2,$$

где N — число аппроксимируемых точек.

Гиперплоскость наиболее близка к аппроксимируемым точкам, только если частные производные по каждому из коэффициентов w_i равны нулю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial w_0} &= \sum_{i=0}^N ((f_i - w_0 t_{0,i} + w_1 t_{1,i} + \dots + w_n t_{n,i})(-t_{0,i})) = 0; \\ \frac{\partial Q}{\partial w_1} &= \sum_{i=0}^N ((f_i - w_0 t_{0,i} + w_1 t_{1,i} + \dots + w_n t_{n,i})(-t_{1,i})) = 0; \\ &\dots \\ \frac{\partial Q}{\partial w_n} &= \sum_{i=0}^N ((f_i - w_0 t_{0,i} + w_1 t_{1,i} + \dots + w_n t_{n,i})(-t_{n,i})) = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & w_0 \sum_{i=0}^N (t_{0,i})^2 + w_1 \sum_{i=0}^N (t_{0,i}t_{1,i}) + \dots + w_n \sum_{i=0}^N (t_{0,i}t_{n,i}) = \sum_{i=0}^N (f_i t_{0,i}); \\
 & w_0 \sum_{i=0}^N (t_{1,i}t_{0,i}) + w_1 \sum_{i=0}^N (t_{1,i})^2 + \dots + w_n \sum_{i=0}^N (t_{1,i}t_{n,i}) = \sum_{i=0}^N (f_i t_{1,i}); \\
 & \dots \\
 & w_0 \sum_{i=0}^N (t_{n,i}t_{0,i}) + w_1 \sum_{i=0}^N (t_{n,i}t_{1,i}) + \dots + w_n \sum_{i=0}^N (t_{n,i})^2 = \sum_{i=0}^N (f_i t_{n,i}), \\
 & \sum_{i=0}^N \begin{pmatrix} (t_{0,i})^2 & t_{0,i}t_{1,i} & \dots & t_{0,i}t_{n,i} \\ t_{1,i}t_{0,i} & (t_{1,i})^2 & \dots & t_{1,i}t_{n,i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{n,i}t_{0,i} & t_{n,i}t_{1,i} & \dots & (t_{n,i})^2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \dots \\ w_n \end{pmatrix} = \sum_{i=0}^N \begin{pmatrix} t_{0,i}f_i \\ t_{1,i}f_i \\ \dots \\ t_{n,i}f_i \end{pmatrix}; \\
 & \sum_{i=0}^N \begin{pmatrix} t_{0,i} & t_{0,i}^T \\ t_{1,i} & t_{1,i}^T \\ \dots & \dots \\ t_{n,i} & t_{n,i}^T \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \dots \\ w_n \end{pmatrix} = \sum_{i=0}^N \begin{pmatrix} t_{0,i} \\ t_{1,i} \\ \dots \\ t_{n,i} \end{pmatrix} f_i; \\
 & \sum_{i=0}^N \left(\overline{T_i} \times \overline{T_i^T} \right) \times \overline{W} = \sum_{i=0}^N \left(\overline{T_i} f_i \right).
 \end{aligned}$$

При решении уравнения относительно вектора $\vec{W}$ был получен набор коэффициентов, определяющих ближайшую гиперплоскость.

Пусть вектор $\vec{T}$ имеет вид

$$\vec{T}(M_i) = t_0(M_i), t_1(M_i), \dots, t_n(M_i) = F_{\text{in}}(M_i)^0, F_{\text{in}}(M_i)^1, \dots, F_{\text{in}}(M_i)^n,$$

а числа $f = F_{\text{out}}^{-1}(c_{x \text{ дн цил}})$, где функции F_{in} и F_{out} — некоторые простые функции. Тогда функция, описывающая коэффициент $c_{x \text{ дн цил}}$, принимает вид

$$c_{x \text{ дн цил}}(M) = F_{\text{out}} \sum_{k=0}^n w_k F_{\text{in}}(M)^{(k)},$$

где функции F_{in} и F_{out} были выбраны исходя из минимальности среднего квадратического отклонения.

Используемые функции представлены в таблице перебираемых функций и их старших степеней (табл. 1). При этом каждая функция из столбца F_{in} ставится в соответствие каждой функции из столбца F_{out} . Таким образом достигается большое число возможных вариантов аппроксимирующих зависимостей.

Таблица 1. Используемые элементарные функции

Функция F_{in}	Старшая степень функции F_{in} — число n	Функция F_{out}
x	4	x
$1/x$	4	$1/x$
e^x	3	e^x
e^{-x}	3	$\ln x$
$\ln x$	3	$\sin x$
$\sin x$	3	$\operatorname{tg} x$
$\operatorname{tg} x$	3	$\arcsin x$
$\operatorname{arctg} x$	3	$\operatorname{arctg} x$
$\sigma(x) = 1/(1 + e^{-x})$	3	$\sigma(x) = 1/(1 + e^{-x})$
$A(x) = \operatorname{sgn}(x^2 - 1)\sqrt{ x^2 - 1 }$	3	—

Поскольку одна функция не может обеспечить качественное описание номограммы, рассматриваемая область была разбита на несколько участков, на каждом из которых была определена своя функция. При таком разделении с разных сторон от границ областей определения функции вели себя различным образом, что вызывало рассогласование с физической основой математической модели. Для повышения точности аппроксимации и единообразия функций около границ необходимо было подобрать границы областей определения таким образом, чтобы математическая модель одновременно давала высокую точность аппроксимации и не противоречила физике описываемого процесса.

Таким образом, разбиение на области определения было описано вектором граничных точек $X_b = 0, x_{b1}, x_{b2}, \dots, x_{bN}, 3,74289^T$.

Оптимизация границ областей определения. Полученный набор функций должен отвечать не только требованиям по точности, но и соответствовать физическим характеристикам исходной кривой. Также поскольку номограмма является гладкой кривой, были приняты меры для минимизации величин разрывов значений на границах областей определения.

Для оценки аппроксимации в каждой точке был использован локальный показатель качества APE — абсолютное процентное отклонение:

$$\text{APE}(x_i) = \frac{|x_i - \bar{x}|}{\bar{x}}.$$

Этот показатель был выбран, так как соответствие аппроксимируемых и аппроксимированных значений удобнее измерять в процентах, чем в абсолютных значениях.

Контроль соответствия градиента. Для оценки физического соответствия были рассмотрены производные аппроксимирующих функций по числу Маха для каждого числа Маха из набора исходных данных. Точки, в которых знак производной аппроксимирующей функции не совпадал со знаком производной исходных данных, интерпретировались как отклонение от «физичности».

Для отсеивания решений, где было встречено много «нефизичных» случаев, был наложен штраф на значения локального показателя отклонения путем умножения этого значения на некоторый коэффициент, превышающий единицу. Этот коэффициент был принят $K_{\text{grad}} = 5$ исходя из проведенных тестирований алгоритма отбора наилучшего решения.

Контроль точности вблизи границ. Поскольку разрывы на границах областей определения должны быть минимальными, предположим, что в некоторой части области определения каждой функции, прилегающей к границе, желательно обеспечить повышенную точность аппроксимации. Поэтому на все точки, лежащие в этих зонах, был наложен штраф путем умножения значений локального показателя на некоторый коэффициент. Этот коэффициент $K_b = 2$, а ширина области, прилегающей к границе, выбрана $w = 0,025$ по результатам тестирований отбора наилучшего решения.

Возможны два варианта поведения функций вблизи границы областей определения. Функции либо пересекаются вблизи пограничной точки (рис. 3, а), либо одна идет поверх другой (рис. 3, б).

Метод проверки пересечения функций между двумя точками, лежащими вблизи границы, был сведен к следующему алгоритму. Выбирается точка А, лежащая в приграничной зоне, и для нее определяется ближайшая точка из соседней области В с помощью алгоритма координатного дерева cKD-tree [9]. Пусть в области, где лежит точка А, аппроксимирующим выражением является функция f_1 , а в области, где лежит точка В, — f_2 . Вычисляются значения функций f_1 и f_2 в точках А и В. Если произведение разностей «своей» и «соседней» функций больше нуля, то будем считать функции пересекаю-

щимися между точками A и B , иначе будем считать, что функции не пересекаются вблизи границы, и в этом случае на локальный показатель качества в точке накладывается штраф путем умножения значений локального показателя на некоторый коэффициент, вычисляемый особым способом.

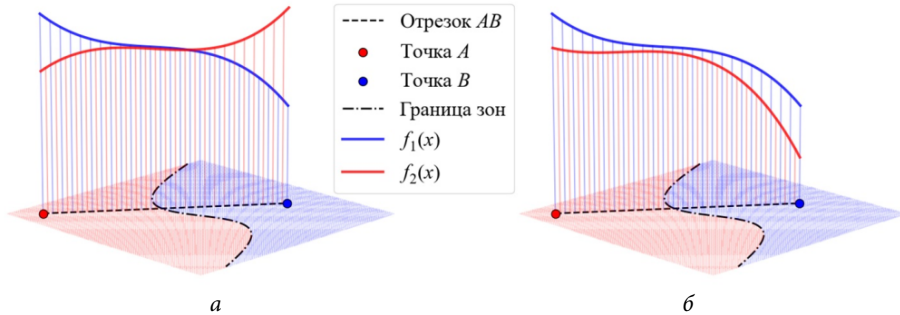


Рис. 3. Поведение двух функций вблизи границы областей определения:

a — пересечение вблизи границы; b — разрыв вблизи границы

Был задан штрафной коэффициент такой, что он убывал с показателем степени 0,5 от некоторого $k^{\max} = 3$ до 1 в зависимости от расстояния AB таким образом, что если длина AB стремилась к 0, то k стремится к 3, а если одна из точек A или B лежала на внутренних границах своих «приграничных» зон, тогда k стремится к единице. Таким образом, формула для вычисления штрафного коэффициента приняла вид

$$K_b^{\text{разрыв}}(M_i) = (k^{\max} - 1) \frac{w - L_{AB}(M_i)}{w}^{0,5} + 1.$$

Для обеспечения стыков без изломов аналогичным образом было изучено поведение производной коэффициента донного сопротивления по числу Маха в приграничных зонах и были наложены аналогичные штрафы с коэффициентом $K_{\text{grad}}^{\text{разрыв}}(M) = K_b^{\text{разрыв}}(M)$.

Интегральный показатель качества вычислялся как среднее значение локального показателя качества с учетом всех наложенных штрафов

$$Q = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N \left(K_b(M_i) K_{\text{grad}}(M_i) K_b^{\text{разрыв}}(M_i) K_{\text{grad}}^{\text{разрыв}}(M_i) \cdot \text{APE}(M_i) \right).$$

Оптимальное разбиение было определено с помощью оптимизации методом дифференциальной эволюции [10] — методом многомерной математической оптимизации, относящимся к классу алгоритмов стохастической оптимизации.

Для достижения достаточного качества и краткости математического выражения была использована модель, содержащая шесть областей определения, в последней используется выражение (*). Другие параметры метода оптимизации были приняты по умолчанию и приведены в табл. 2.

Таблица 2. Параметры метода дифференциальной эволюции

Параметр	Значение	Пояснение
strategy	«best1bin»	Стратегия, при использовании которой новый вектор создается на базе лучшего в популяции и еще двух векторов из популяции $X^{new} = X^{best} + mutation(X_1 - X_2)$
maxiter	1000	Максимальное количество итераций алгоритма
popsize	15	Размер популяции вычисляется как произведение коэффициента popsize и размерности пространства
tol	0,01	Относительный допуск сходимости
mutation	0,5...1,0	Коэффициент мутации
recombination	0,7	Вероятность взятия компонентов мутантного вектора
init	«latinhypercube»	Метод начального распределения агентов по исследуемому пространству
atol	0	Абсолютный допуск сходимости
updating	«immediate»	Немедленное обновление лучшей особи
polish	True	После завершения работы основного алгоритма проводится оптимизация методом L-BFGS-B
seed/rng	None	Управление зерном распределения псевдослучайных чисел

Результаты. В результате оптимизации для аппроксимации коэффициента донного сопротивления цилиндрической кормовой части была получена следующая функция:

$$\begin{aligned}
 &F_1(M), \text{ если } M \leq 0,723672; \\
 &F_2(M), \text{ если } 0,723672 < M \leq 0,949985; \\
 &F_3(M), \text{ если } 0,949985 < M \leq 1,045254; \\
 F(M) = &F_4(M), \text{ если } 1,045254 < M \leq 1,335822; \\
 &F_5(M), \text{ если } 1,335822 < M \leq 3,74289; \\
 &\frac{1,43}{M^2} - \frac{0,772}{M^2} (1 - 0,011 M^2)^{3,5}, \text{ если } 3,74289 < M,
 \end{aligned}$$

где функции $F_1(M)$, $F_2(M)$, $F_3(M)$, $F_4(M)$, $F_5(M)$ имеют вид соответственно

$$F_1(M) = \ln \left(1,410839 + 1,0432458 \cdot A(M) + 1,167756 \cdot (A(M))^2 + 0,43818533 \cdot (A(M))^3 \right);$$

$$F_2(M) = \exp \left(-1,1994635 + 4,1244161 \cdot A(M) + 5,4425535 \cdot (A(M))^2 + 2,6464556 \cdot (A(M))^3 \right);$$

$$F_3(M) = \ln \left(1508,25 - 6119,1935 \frac{1}{M} + 9304,258 \frac{1}{M^2} - 6277,8414 \frac{1}{M^3} + 1585,749 \frac{1}{M^4} \right);$$

$$F_4(M) = \exp \left(-78,455781 + 249,63042 M - 302,51885 M^2 + 162,4847 M^3 - 32,690523 M^4 \right);$$

$$F_5(M) = \operatorname{tg} \left(4,6685604 - 15,483104 \sigma(M) + 18,393009 (\sigma(M))^2 - 7,5350128 (\sigma(M))^3 \right),$$

где $\sigma(x) = 1/(1 + e^{-x})$ и $A(x) = \operatorname{sgn}(x^2 - 1) \sqrt{|x^2 - 1|}$ — простые функции.

Как видно на графиках коэффициента (рис. 4) и относительной погрешности (рис. 5), полученная кривая соответствует физической природе, относительное отклонение от аппроксимируемых данных не превышает 1 % и соответствует точности инженерных расчетов, следовательно, требование к точности можно считать выполненным.

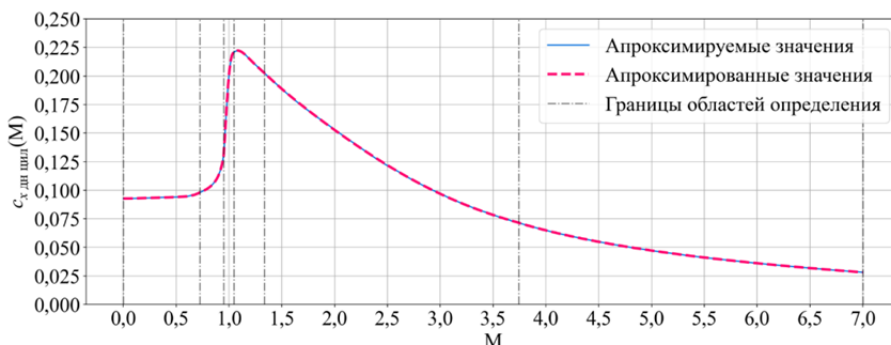


Рис. 4. График сравнения исходной и аппроксимированной зависимости

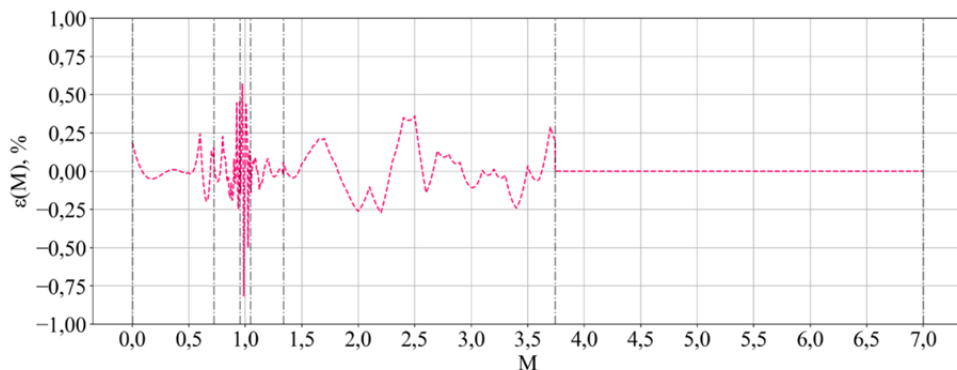


Рис. 5. График относительной погрешности аппроксимации

Рассмотрев полученную зависимость более детально, по фрагментам графика, представленного на рис. 6, можно заметить, что разрывы на границах невелики и имеют одинаковый характер монотонности.

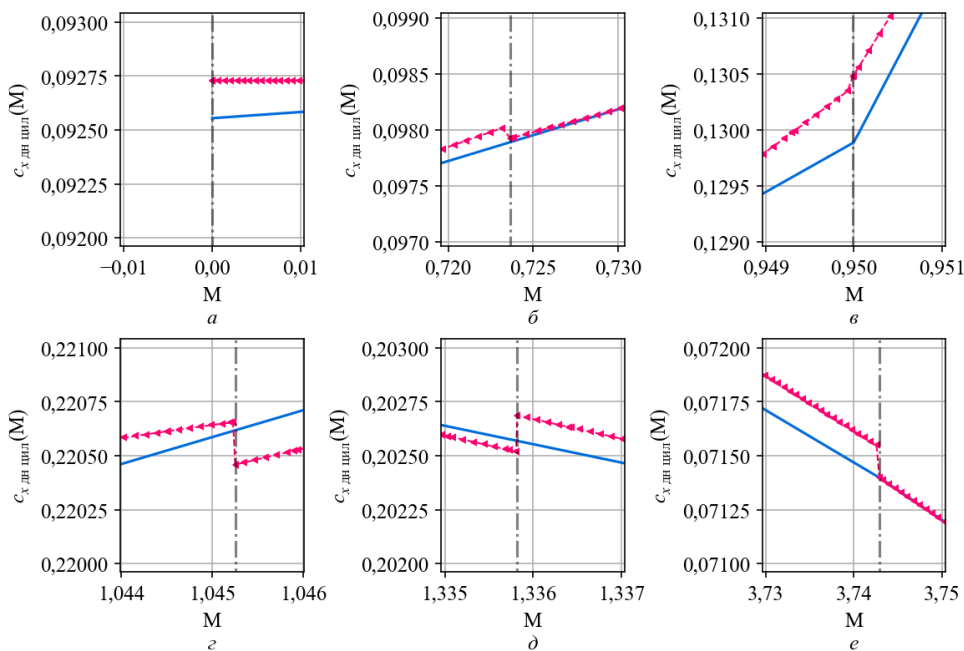


Рис. 6. Области вблизи границы двух областей определения:

a — окрестность точки $M = 0,0$; $б$ — окрестность точки $M = 0,723672$; $в$ — окрестность точки $M = 0,949985$; $г$ — окрестность точки $M = 1,045254$; $д$ — окрестность точки $M = 1,335822$;

$е$ — окрестность точки $M = 3,742890$; обозначения кривых и границ областей соответствуют рис. 4

Вывод. В результате была разработана методика кусочно-гладкой аппроксимации, позволяющая получать функциональные зависимости от одной переменной с минимальными разрывами на границах областей определений. Также была получена формула для коэффициента донного сопротивления в зависимости от числа Маха. Относительная погрешность полученной формулы относительно аппроксимируемых значений не превышает 1 %.

Литература

- [1] Тищенко Д.Ю., Лаптева Л.А., Василихин Р.В. Концепция формирования аэродинамических характеристик для внешнебаллистического проектирования образцов ракетного оружия различных классов на ранних этапах разработки. *Актуальные проблемы защиты и безопасности. XXVII Всерос. науч.-практ. конф.: сб. тр.* Санкт-Петербург, Российская академия ракетных и артиллерийских наук, 2024, т. 1, с. 205–211.
- [2] Астахова Т.П., Толкачева И.О. *Баллистическое проектирование ЛА.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1990, 23 с.
- [3] Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. *Динамика полета беспилотных летательных аппаратов.* Москва, Машиностроение, 1973, 616 с.
- [4] Стороженко М.Е. Подход к автоматизации формирования аппроксимационных функций аэродинамических характеристик. *Студенческая научная весна. Всерос. студ. конф., посв. 110-летию со дня рождения академика В.Н. Челомея: сб. тез. докл.* Москва, Издательский дом «Научная библиотека», 2024, с. 538–539.
- [5] Тищенко Д.Ю., Лаптева Л.А., Гарпинич Д.Н. и др. Разработка библиотеки подпрограмм для автоматизированного аэродинамического проектирования в рамках учебного процесса. *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*, 2023, № 1, с. 205–213.
<https://doi.org/10.24412/2071-6168-2023-1-205-214>
- [6] Лаптева Л.А., Тищенко Д.Ю., Бюраев А.Д. и др. *AeroBDSM (SDK): библиотека подпрограмм для аэродинамического расчета летательных аппаратов.* Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023613387 РФ, № 2022684196, 2023.
- [7] Краснов Н.Ф. *Аэродинамика. Ч. 2. Некоторые вопросы прикладной аэродинамики.* Москва, МВТУ, 1954, 281 с.
- [8] Вентцель Е.С. *Теория вероятностей.* Москва, Кнорус, 2016, 658 с.
- [9] *The SciPy community. SciPy documentation.* URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.spatial.KDTree.html> (accessed 13.09.2025).

- [10] *The SciPy community. Differential evolution. SciPy Reference Guide*. URL: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.differential_evolution.html (accessed 10.04.2025).

Поступила в редакцию 12.01.2026

Кузьмин Иван Александрович — студент кафедры «Ракетные и импульсные системы», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Лаптева Людмила Аркадьевна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Ракетные и импульсные системы», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Тищенко Денис Юрьевич — старший преподаватель кафедры «Ракетные и импульсные системы», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Кузьмин И.А., Лаптева Л.А., Тищенко Д.Ю. Кусочно-гладкая аппроксимация зависимости коэффициента донного сопротивления от числа Маха. *Политехнический молодежный журнал*, 2026, № 04 (105). URL: <https://ptsj.bmstu.ru/catalog/arise/adbm/1118.html>

PIECEWISE SMOOTH APPROXIMATION OF THE DEPENDENCE OF THE BODY BASE DRAG COEFFICIENT ON THE MACH NUMBER

I.A. Kuzmin

kia21m091@student.bmstu.ru

L.A. Lapteva

Lapteva_l@bmstu.ru

SPIN-code: 8865-0451

D.Yu. Tishchenko

TishchenkoDY@bmstu.ru

SPIN-code: 6205-2189

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

A piecewise smooth approximation technique based on the least squares method is proposed, which makes it possible to obtain complex high-order functional dependencies on a single variable with high accuracy, while ensuring consistency with the physical nature of the approximated data and minimizing jumps in function values at the boundaries of the partition intervals. A criterion for assessing the approximation quality is proposed, which includes such indicators as relative deviation, consistency of the approximating values with the physical nature of the approximated data, and the quality of approximation near the boundaries of the subdomains. The optimal partition is determined using an evolutionary optimization algorithm. The proposed technique is applied to approximate the dependence of the missile fuselage base drag coefficient on the Mach number.

Keywords: external ballistics, aerodynamic coefficients, body base drag coefficient, approximation, piecewise smooth functions, least squares method, optimization, differential evolution

Received 12.01.2026

Kuzmin I.A. — Student, Department of Rocket and Pulse Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Lapteva L.A. — Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Department of Rocket and Pulse Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Tishchenko D.Yu. — Senior Lecturer, Department of Rocket and Pulse Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Please cite this article in English as:

Kuzmin I.A., Lapteva L.A., Tishchenko D.Yu. Piecewise smooth approximation of the dependence of the body base drag coefficient on the Mach number. *Politekhnicheskii molodezhnyy zhurnal*, 2026, no. 04 (105). (In Russ.). URL: <https://ptsj.bmstu.ru/catalog/arise/adbmc/1118.html>