

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕКУПЕРАТИВНОГО ТЕПЛООБМЕННОГО АППАРАТА КАК ОБЪЕКТА РЕГУЛИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ВЫХОДА

И.А. Гулимовский

brotdieb@yandex.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Разработана подробная линейная математическая модель рекуперативного теплообменного аппарата как объекта регулирования на основе температуры выхода одного из теплоносителей. Обосновано расположение байпаса теплоносителя в процессе регулирования. Теплообменный аппарат представлен в виде совокупности аккумуляторов тепловой энергии: двух теплоносителей и материала конструкции теплообменника. Для каждого аккумулятора тепловой энергии на базе уравнений динамического энергетического баланса получены дифференциальные уравнения и передаточные функции. Составлена схема теплообменного аппарата, содержащая полученные передаточные функции. Разработанная модель теплообменного аппарата предназначена для использования при расчетах системы автоматического регулирования температуры.

### Ключевые слова

Теплообменный аппарат, объект регулирования, математическая модель, передаточные функции, байпас

Поступила в редакцию 29.05.2017

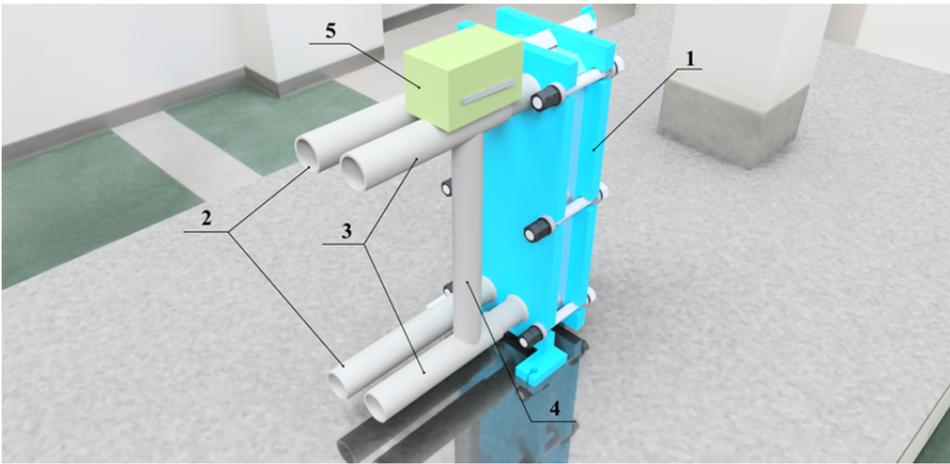
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

---

Основным требованием к системам автоматического регулирования теплообменного аппарата (ТА) является поддержание постоянства температуры на выходе горячего (ГТ) или холодного (ХТ) теплоносителей. Помимо этого, предъявляются жёсткие требования к показателям качества работы объекта регулирования, которые нужно учитывать при анализе системы в целом [1].

Одним из методов регулирования постоянства температуры одного из теплоносителей является шунтирование (от англ. *shunt* — ответвление) подводящего канала движущей среды (рис. 1).

Путём регулирования расхода потока теплоносителя, поступающего в ТА, можно добиться изменения количества тепла, передающегося через твёрдую стенку от одной среды к другой. Клапан 5 перераспределяет поток теплоносителя: одна часть поступает в теплообменник 1, другая — через шунт 4 сливается в тракт отвода 3. Изменяя положение регулирующей заслонки, можно корректировать данное соотношение, тем самым влияя на процесс теплопередачи в ТА. Главным преимуществом данного метода регулирования является его универсальность, то есть возможность применения его для любого типа рекуперативного ТА [2, 3].



**Рис. 1.** 3D-макет системы автоматического регулирования ТА:

1 — пластинчатый ТА; 2 — канал подвода-отвода ХТ; 3 — канал подвода-отвода ГТ;  
4 — шунт (байпас); 5 — трехходовой клапан с электроприводом

Для выбора оптимального расположения шунта на каком-либо канале подвода нужно предварительно оценить коэффициенты теплоотдачи между ГТ и ХТ и разделяющей их стенкой в ТА, а затем произвести заключение, руководствуясь следующими двумя принципами:

- если один из коэффициентов теплоотдачи теплоносителей значительно превосходит другой ( $\alpha_1 \gg \alpha_2$ ), то целесообразно шунтировать канал подвода теплоносителя с меньшим показателем ( $\alpha_2$ );
- в случае относительного равенства коэффициентов теплоотдачи теплоносителей ( $\alpha_1 \sim \alpha_2$ ) шунтируется канал подвода того теплоносителя, температура на выходе из ТА которого не регулируется.

**Разработка математической модели.** Расход ГТ равен  $G_1$ , температуры входа —  $T_1$  ( $T_1 = \text{const}$ ), выхода до смешения —  $T_2$ . На контуре входа ГТ расположен трёхходовой клапан. Перемещение задвижки  $h$  в случае седельного типа и поворот  $\alpha$  сферы от начального положения обозначим через обобщённую координату  $x$ . По теплообменнику течёт ГТ с расходом  $G_1'$ . Расход ХТ равен  $G_2$ , температуры входа —  $T_3$ , выхода —  $T_4$ . Удельные массовые теплоёмкости ГТ и ХТ соответственно равны  $C_{m_1}$ ,  $C_{m_2}$  (рис. 2).

**Математическое описание ГТ.** Запишем уравнение динамического баланса потоков тепла для ГТ в следующем виде:

$$\frac{dQ}{dt} = q_1 - q, \quad (1)$$

где

$$Q = C_{m_1} m_1 (T_2 - T_1);$$

$$q_1 = C_{m_1} G_1' (x) (T_1 - T_2);$$

$$q = \alpha_1 (x) F_1 \Delta t,$$

здесь  $\Delta t$  — средний логарифмический температурный напор. Далее найдем

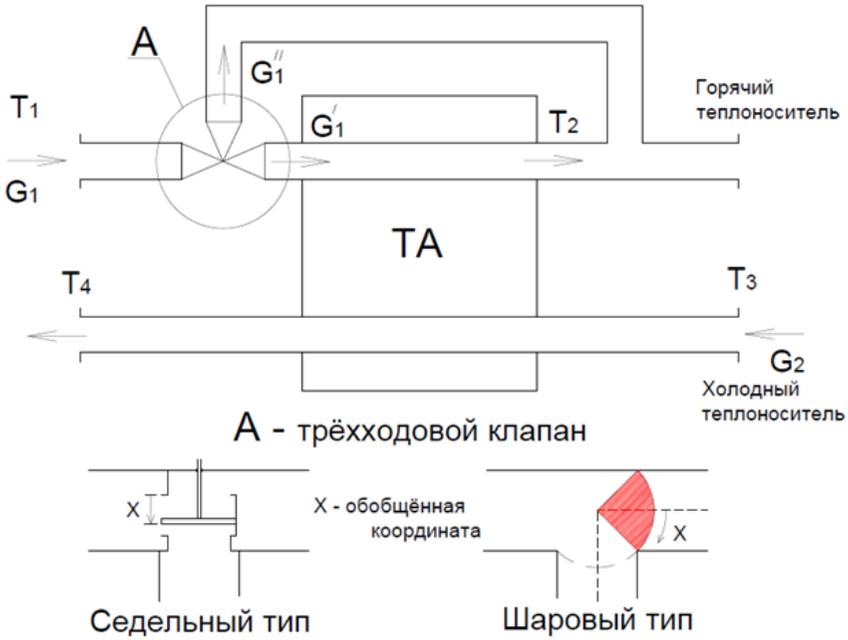


Рис. 2. Схема работы системы автоматического регулирования ТА

$$\Delta t = \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{T_1}{T_2}} - \bar{T}_{ст1},$$

где  $\bar{T}_{ст1}$  — средняя логарифмическая по длине внутренней стенки температура.

Тогда

$$\frac{dQ}{dt} = C_{m1} m_1 \frac{dT_2}{dt}.$$

Линеаризуем нелинейные члены уравнения при малых значениях отклонений путём разложения в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned} q_1 &= q_1(T_2, x); \\ q &= q(T_2, \bar{T}_{ст1}, x); \\ q_1 &= q_{10} + \left(\frac{\partial q_1}{\partial T_2}\right)_0 \Delta T_2 + \left(\frac{\partial q_1}{\partial x}\right)_0 \Delta x, \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial q_1}{\partial T_2}\right)_0 &= -C_{m1} G_{10}^I; \\ \left(\frac{\partial q_1}{\partial x}\right)_0 &= C_{m1} (T_{10} - T_{20}) \left(\frac{dG_1^I}{dx}\right)_0. \end{aligned}$$

Далее запишем

$$q = q_0 + \left( \frac{\partial q}{\partial T_2} \right) \Delta T_2 + \left( \frac{\partial q}{\partial \bar{T}_{cr1}} \right) \Delta \bar{T}_{cr1} + \left( \frac{\partial q}{\partial x} \right)_0 \Delta x, \quad (3)$$

где

$$\left( \frac{\partial q}{\partial T_2} \right)_0 = \frac{\alpha_{10} F_1}{\ln \frac{T_{10}}{T_{20}}} \left( \frac{T_{10} - T_{20}}{T_{20} \ln \frac{T_{10}}{T_{20}}} - 1 \right) = \Phi_1;$$

$$\left( \frac{\partial q}{\partial \bar{T}_{cr1}} \right)_0 = -\alpha_{10} F_1;$$

$$\left( \frac{\partial q}{\partial x} \right)_0 = F_1 \Delta t_0 \left( \frac{d\alpha_1}{dx} \right)_0.$$

Индекс «0» обозначает параметр, взятый при стационарном режиме. Подставляя формулы (2) и (3) в (1), получаем:

$$C_{m_1} m_1 \frac{d\Delta T_2}{dt} = q_{10} - C_{m_1} G_{10} |\Delta T_2 + C_{m_1} (T_{10} - T_{20}) \left( \frac{dG_1^l}{dx} \right)_0 \Delta x - \\ - q_0 - \Phi_1 \Delta T_2 + \alpha_1 F_1 \Delta \bar{T}_{cr1} - F_1 \Delta t_0 \left( \frac{d\alpha_1}{dx} \right)_0 \Delta x.$$

В случае стационарного режима  $q_{10} = q_0$ :

$$C_{m_1} m_1 \frac{d\Delta T_2}{dt} + (\Phi_1 + C_{m_1} G_{10}^l) \Delta T_2 = (C_{m_1} (T_{10} - T_{20}) \left( \frac{dG_1^l}{dx} \right)_0 - \\ - F_1 \Delta t_0 \left( \frac{d\alpha_1}{dx} \right)_0) \Delta x - \alpha_1 F_1 \Delta \bar{T}_{cr1}.$$

Далее рассмотрим безразмерные относительные координаты (рис. 3):

$$y_1 = \frac{\Delta T_2}{T_{20}}; \quad h = \frac{\Delta x}{x_0}; \quad f = \frac{\Delta \bar{T}_{cr1}}{T_{cr10}}; \\ T_r \frac{dy_1}{dt} + y_1 = \theta_x h - \theta_f f, \quad (4)$$

где

$$T_r = \frac{C_{m_1} m_1}{\Phi_1 + C_{m_1} G_{10}^l};$$

$$\theta_x = \frac{x_0}{T_{20}} \frac{C_{m_1} (T_{10} - T_{20}) \left( \frac{dG_1}{dx} \right)_0 - F_1 \Delta t_0 \left( \frac{d\alpha_1}{dx} \right)_0}{\Phi_1 + C_{m_1} G_{10}};$$

$$\theta_f = \frac{\bar{T}_{ср10}}{T_{20}} \frac{\alpha_1 F_1}{\Phi_1 + C_{m_1} G_{10}}.$$

Представим формулу (4) в операторной форме (рис. 4):

$$(T_r p + 1) y_1 = \theta_x h - \theta_f f;$$

$$y_1 = Y_r^h(p) h + Y_r^f(p) f,$$

где  $Y_r^h(p) = \frac{\theta_x}{(T_r p + 1)}$  — передаточная функция по  $h$ ;  $Y_r^f(p) = \frac{-\theta_f}{(T_r p + 1)}$  — передаточная функция по  $f$ .

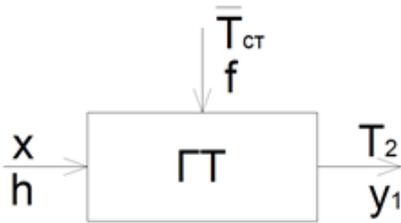


Рис. 3. Функциональная схема ГТ

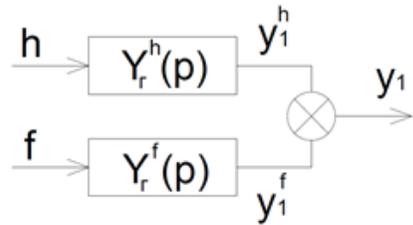


Рис. 4. Структурная схема ГТ

**Математическое описание внутренней поверхности теплообмена.** Аналогично проводим операции составления дифференциального уравнения и нахождения передаточных функций для остальных компонентов ТА. Запишем уравнение динамического баланса потоков тепла для поверхности внутренней стенки со стороны ГТ:

$$\frac{dQ}{dt} = q - q_n,$$

где

$$\frac{dQ}{dt} = C_{m_{ср1}} m_{ср1} \frac{d\bar{T}_{ср1}}{dt};$$

$$q_n = \frac{\Delta T}{R_{терм1}};$$

$$\Delta T = \bar{T}_{ср1} - \frac{T_4 - T_3}{\ln \frac{T_4}{T_3}}.$$

Линеаризуем нелинейные члены уравнения при малых значениях отклонений путём разложения в ряд Тейлора (разложение  $q$  в ряд представлено в (3)):

$$q_{п} = q_{п0} + \left( \frac{\partial q_{п}}{\partial \bar{T}_{ст1}} \right)_0 \Delta \bar{T}_{ст1} + \left( \frac{\partial q_{п}}{\partial T_3} \right)_0 \Delta T_3 + \left( \frac{\partial q_{п}}{\partial T_4} \right)_0 \Delta T_4, \quad (5)$$

где

$$\left( \frac{\partial q_{п}}{\partial \bar{T}_{ст1}} \right)_0 = \frac{1}{R_{терм1}};$$

$$\left( \frac{\partial q_{п}}{\partial T_3} \right)_0 = \frac{1}{R_{терм1} \ln \left( \frac{T_{40}}{T_{30}} \right)} \left( 1 - \frac{T_{40} - T_{30}}{T_{30} \ln \left( \frac{T_{40}}{T_{30}} \right)} \right) = \Phi_2;$$

$$\left( \frac{\partial q_{п}}{\partial T_4} \right)_0 = \frac{1}{R_{терм1} \ln \left( \frac{T_{40}}{T_{30}} \right)} \left( \frac{T_{40} - T_{30}}{T_{40} \ln \left( \frac{T_{40}}{T_{30}} \right)} - 1 \right) = \Phi_3;$$

$$C_{m_{ст1}} m_{ст1} \frac{d\Delta \bar{T}_{ст1}}{dt} = q_0 + \Phi_1 \Delta T_2 - \alpha_1 F_1 \Delta \bar{T}_{ст1} + F_1 \Delta t_0 \left( \frac{d\alpha_1}{dx} \right)_0 \Delta x - q_{п0} - \frac{\Delta \bar{T}_{ст1}}{R_{терм1}} - \Phi_2 \Delta T_3 - \Phi_3 \Delta T_4.$$

В случае стационарного режима  $q_{п0} = q_0$ :

$$C_{m_{ст1}} m_{ст1} \frac{d\Delta \bar{T}_{ст1}}{dt} + \left( \frac{1}{R_{терм1}} + \alpha_1 F_1 \right) \Delta \bar{T}_{ст1} = \Phi_1 \Delta T_2 - \Phi_2 \Delta T_3 - \Phi_3 \Delta T_4 + F_1 \Delta t_0 \left( \frac{d\alpha_1}{dx} \right)_0 \Delta x.$$



Далее перейдём к безразмерным относительным координатам (рис. 5):

$$y_1 = \frac{\Delta T_2}{T_{20}}; \quad f_1 = \frac{\Delta T_3}{T_{30}}; \quad f = \frac{\Delta \bar{T}_{ст1}}{\bar{T}_{ст10}};$$

$$y_2 = \frac{\Delta T_4}{T_{40}}; \quad h = \frac{\Delta x}{x_0};$$

Рис. 5. Функциональная схема внутренней поверхности теплообмена

$$T_1 \frac{df}{dt} + f = \theta_{y_1} y_1 - \theta_{f_1} f_1 - \theta_{y_2} y_2 + \theta_x h, \tag{6}$$

где

$$T_1 = \frac{C_{m_{cr1}} m_{cr1}}{\frac{1}{R_{терм1}} + \alpha_1 F_1};$$

$$\theta_{y_1} = \frac{T_{20}}{\bar{T}_{cr10}} \frac{\Phi_1}{\frac{1}{R_{терм1}} + \alpha_1 F_1};$$

$$\theta_{f_1} = \frac{T_{30}}{\bar{T}_{cr10}} \frac{\Phi_2}{\frac{1}{R_{терм1}} + \alpha_1 F_1};$$

$$\theta_{y_2} = \frac{T_{40}}{\bar{T}_{cr10}} \frac{\Phi_3}{\frac{1}{R_{терм1}} + \alpha_1 F_1};$$

$$\theta_x = \frac{x_0}{\bar{T}_{cr10}} \frac{F_1 \Delta t_0 \left( \frac{d\alpha_1}{dx} \right)_0}{\frac{1}{R_{терм1}} + \alpha_1 F_1}.$$

Представим уравнение (6) в операторной форме (рис. 6):

$$(T_1 p + 1) f = \theta_{y_1} y_1 - \theta_{f_1} f_1 - \theta_{y_2} y_2 + \theta_x h;$$

$$f = Y_f^{y_1}(p) y_1 + Y_f^{f_1}(p) f_1 + Y_f^{y_2}(p) y_2 + Y_f^h(p) h,$$

где  $Y_f^{y_1}(p) = \frac{\theta_{y_1}}{(T_1 p + 1)}$  — передаточная

функция по  $y_1$ ;  $Y_f^{f_1}(p) = \frac{-\theta_{f_1}}{(T_1 p + 1)}$  —

передаточная функция по  $f_1$ ;  $Y_f^{y_2}(p) = \frac{-\theta_{y_2}}{(T_1 p + 1)}$  — передаточная функция по

$y_2$ ;  $Y_f^h(p) = \frac{\theta_x}{(T_1 p + 1)}$  — передаточная функция по  $h$ .

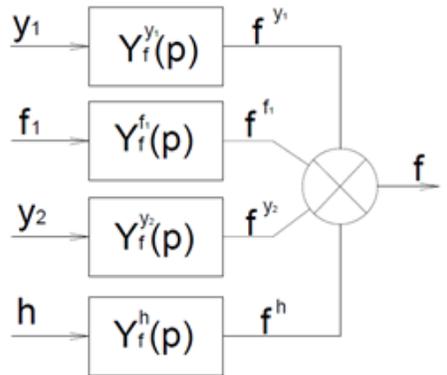
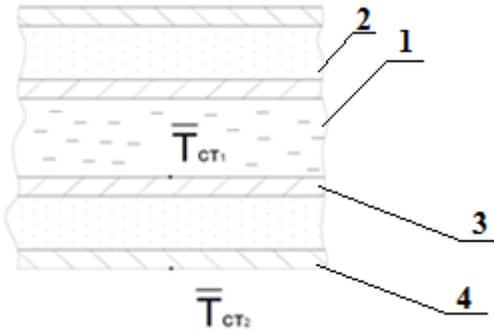


Рис. 6. Структурная схема внутренней поверхности теплообмена

**Математическое описание ХТ.** В дальнейшем для учёта вторичных факторов (теплопотери в окружающую среду и др.) определимся с видом теплообменника. Возьмём, например, рекуперативный ТА типа «труба в трубе» (рис. 7).



**Рис. 7.** Внутренняя структура ТА типа «труба в трубе»:

1 — ГТ; 2 — ХТ; 3 — труба; 4 — кожух;  
 $\bar{T}_{ст1}$  — среднелогарифмическая температура по длине внутренней поверхности трубы ТА;  $\bar{T}_{ст2}$  — среднелогарифмическая температура по длине внешней поверхности кожуха ТА

Теперь запишем уравнение динамического баланса потоков тепла для ХТ:

где

$$\frac{dQ}{dt} = q_{п} + q_2 - q_{ст},$$

$$\frac{dQ}{dt} = C_{m_2} m_2 \frac{dT_4}{dt};$$

$$q_2 = C_{m_2} G_2 (T_3 - T_4);$$

$$q_{ст} = \frac{\Delta T_{п}}{R_{терм2}},$$

здесь  $\Delta T_{п}$  — средний логарифмический температурный напор между ХТ и внешней стенкой. Далее найдем

$$\Delta T_{п} = \frac{T_4 - T_3}{\ln \frac{T_4}{T_3}} - \bar{T}_{ст2}.$$

Линеаризуем нелинейные члены уравнения при малых значениях отклонений путём разложения в ряд Тейлора (разложение  $q_{п}$  в ряд см. уравнение (5)).

$$q_2 = q_{20} + \left( \frac{\partial q_2}{\partial T_4} \right)_0 \Delta T_4 + \left( \frac{\partial q_2}{\partial T_3} \right)_0 \Delta T_3,$$

где

$$\left( \frac{\partial q_2}{\partial T_4} \right)_0 = -C_{m_2} G_{20};$$

$$\left( \frac{\partial q_2}{\partial T_3} \right)_0 = C_{m_2} G_{20}.$$

Отсюда

$$q_{ст} = q_{ст0} + \left( \frac{\partial q_{ст}}{\partial \bar{T}_{ст2}} \right)_0 \Delta \bar{T}_{ст2} + \left( \frac{\partial q_{ст}}{\partial T_3} \right)_0 \Delta T_3 + \left( \frac{\partial q_{ст}}{\partial T_4} \right)_0 \Delta T_4, \quad (7)$$

где

$$\left(\frac{\partial q_{ст}}{\partial T_{ст2}}\right)_0 = -\frac{1}{R_{терм2}};$$

$$\left(\frac{\partial q_{ст}}{\partial T_3}\right)_0 = \frac{1}{R_{терм2} \ln\left(\frac{T_{40}}{T_{30}}\right)} \left( \frac{T_{40} - T_{30}}{T_{30} \ln\left(\frac{T_{40}}{T_{30}}\right)} - 1 \right) = \Phi_4;$$

$$\left(\frac{\partial q_{ст}}{\partial T_4}\right)_0 = \frac{1}{R_{терм2} \ln\left(\frac{T_{40}}{T_{30}}\right)} \left( 1 - \frac{T_{40} - T_{30}}{T_{40} \ln\left(\frac{T_{40}}{T_{30}}\right)} \right) = \Phi_5;$$

А также

$$C_{m_2} m_2 \frac{d\Delta T_4}{dt} = q_{n0} + \frac{\Delta \bar{T}_{ст1}}{R_{терм1}} + \Phi_2 \Delta T_3 + \Phi_3 \Delta T_4 + q_{20} -$$

$$- C_{m_2} G_{20} \Delta T_4 + C_{m_2} G_{20} \Delta T_3 - q_{ст0} + \frac{\Delta \bar{T}_{ст2}}{R_{терм2}} - \Phi_4 \Delta T_3 - \Phi_5 \Delta T_4.$$

В случае стационарного режима  $q_{n0} + q_{20} = q_{ст0}$ :

$$C_{m_2} m_2 \frac{d\Delta T_4}{dt} + (\Phi_5 - \Phi_3 + C_{m_2} G_{20}) \Delta T_4 = \frac{\Delta \bar{T}_{ст1}}{R_{терм1}} +$$

$$+ (\Phi_2 - \Phi_4 + C_{m_2} G_{20}) \Delta T_3 + \frac{\Delta \bar{T}_{ст2}}{R_{терм2}}.$$

Далее перейдем к рассмотрению безразмерных относительных координат (рис. 8):

$$y_2 = \frac{\Delta T_4}{T_{40}}; f_1 = \frac{\Delta T_3}{T_{30}};$$

$$f_2 = \frac{\Delta \bar{T}_{ст2}}{\bar{T}_{ст20}}; f = \frac{\Delta \bar{T}_{ст1}}{\bar{T}_{ст10}};$$

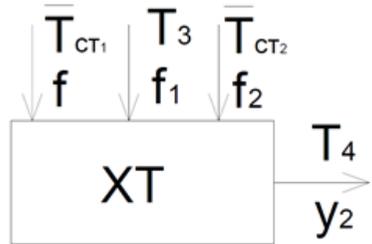


Рис. 8. Функциональная схема ХТ

$$T_x \frac{dy_2}{dt} + y_2 = \theta_{ст1} f + \theta_{x3} f_1 + \theta_{f2} f_2, \tag{8}$$

где

$$T_x = \frac{C_{m_2} m_2}{\Phi_5 - \Phi_3 + C_{m_2} G_{20}};$$

$$\theta_{\text{ст1}} = \frac{\bar{T}_{\text{ст10}}}{T_{40}} \frac{1}{R_{\text{терм1}} (\Phi_5 - \Phi_3 + C_{m_2} G_{20})};$$

$$\theta_{x_3} = \frac{T_{30}}{T_{40}} \frac{\Phi_2 - \Phi_4 + C_{m_2} G_{20}}{\Phi_5 - \Phi_3 + C_{m_2} G_{20}};$$

$$\theta_{f_2} = \frac{\bar{T}_{\text{ст20}}}{T_{40}} \frac{1}{R_{\text{терм2}} (\Phi_5 - \Phi_3 + C_{m_2} G_{20})}.$$

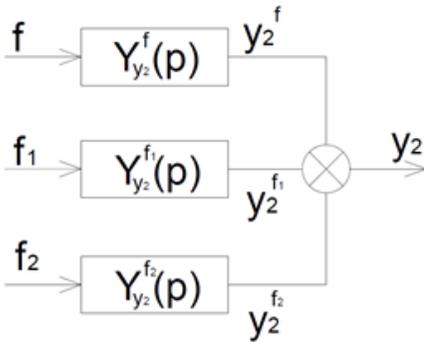


Рис. 9. Структурная схема ХТ

Представим уравнение (8) в операторной форме (рис. 9):

$$(T_x p + 1) y_2 = \theta_{\text{ст1}} f + \theta_{x_3} f_1 + \theta_{f_2} f_2;$$

$$y_2 = Y_{y_2}^h(p) f + Y_{y_2}^{f_1}(p) f_1 + Y_{y_2}^{f_2}(p) f_2,$$

где

$$Y_{y_2}^h(p) = \frac{\theta_{\text{ст1}}}{(T_x p + 1)};$$

$$Y_{y_2}^{f_1}(p) = \frac{\theta_{x_3}}{(T_x p + 1)};$$

$$Y_{y_2}^{f_2}(p) = \frac{\theta_{f_2}}{(T_x p + 1)}.$$

**Математическое описание внешней стенки.** На рис. 10. видно, что влияние температуры окружающей среды не учитывается в целях упрощения математической модели. Это допущение верно в том случае, если ТА в достаточной степени теплоизолирован или отклонения температуры внешней среды учитываются в теплопотерях (введение поправочного коэффициента, замена средней температурой и др.).

Запишем уравнение динамического баланса потоков тепла для поверхности внешней стенки ТА:

$$\frac{dQ}{dt} = q_{\text{ст}} - q_{\text{потерь}},$$

где

$$\frac{dQ}{dt} = C_{m_{\text{ст2}}} m_{\text{ст2}} \frac{d\bar{T}_{\text{ст2}}}{dt},$$

Отметим, что разложение  $q_{ст}$  в ряд представлено в уравнении (7).

$$q_{потерь} = q_{потерь0} + \left( \frac{\partial q_{потерь}}{\partial \bar{T}_{ст2}} \right)_0 \Delta \bar{T}_{ст2}$$

$$C_{m_{ст2}} m_{ст2} \frac{d\Delta \bar{T}_{ст2}}{dt} = q_{ст0} - \frac{\Delta \bar{T}_{ст2}}{R_{терм2}} + \Phi_4 \Delta T_3 + \Phi_5 \Delta T_4 - q_{потерь0} - \left( \frac{\partial q_{потерь}}{\partial \bar{T}_{ст2}} \right)_0 \Delta \bar{T}_{ст2}.$$

В случае стационарного режима  $q_{потерь0} = q_{ст0}$  :

$$C_{m_{ст2}} m_{ст2} \frac{d\Delta \bar{T}_{ст2}}{dt} + \left( \frac{1}{R_{терм2}} + \left( \frac{\partial q_{потерь}}{\partial \bar{T}_{ст2}} \right)_0 \right) \Delta \bar{T}_{ст2} = \Phi_4 \Delta T_3 + \Phi_5 \Delta T_4.$$

Определим безразмерные относительные координаты (рис. 10):

$$f_1 = \frac{\Delta T_3}{T_{30}}; f_2 = \frac{\Delta \bar{T}_{ст2}}{\bar{T}_{ст20}}; y_2 = \frac{\Delta T_4}{T_{40}};$$

$$T_{ст2} \frac{df_2}{dt} + f_2 = \theta_{ст2}^{f_1} f_1 + \theta_{ст2}^{y_2} y_2, \quad (9)$$



Рис. 10. Функциональная схема внешней поверхности теплообмена

где

$$T_{ст2} = \frac{C_{m_{ст2}} \Delta m_{ст2}}{\left( \frac{1}{R_{терм2}} + \left( \frac{\partial q_{потерь}}{\partial \bar{T}_{ст2}} \right)_0 \right)};$$

$$\theta_{ст2}^{f_1} = \frac{T_{30}}{\bar{T}_{ст20}} \frac{\Phi_4}{\left( \frac{1}{R_{терм2}} + \left( \frac{\partial q_{потерь}}{\partial \bar{T}_{ст2}} \right)_0 \right)};$$

$$\theta_{ст2}^{y_2} = \frac{T_{40}}{\bar{T}_{ст20}} \frac{\Phi_5}{\left( \frac{1}{R_{терм2}} + \left( \frac{\partial q_{потерь}}{\partial \bar{T}_{ст2}} \right)_0 \right)}.$$

Представим уравнение (9) в операторной форме (рис. 11):

$$(T_{ст2} p + 1) f_2 = \theta_{ст2}^{f_1} f_1 + \theta_{ст2}^{y_2} y_2;$$

$$f_2 = Y_{f_2}^{f_1}(p) f_1 + Y_{f_2}^{y_2}(p) y_2,$$

где

$$Y_{f_2}^{f_1}(p) = \frac{\theta_{ct2}^{f_1}}{(T_{ct2}p + 1)};$$

$$Y_{f_2}^{y_2}(p) = \frac{\theta_{ct2}^{y_2}}{(T_{ct2}p + 1)}.$$

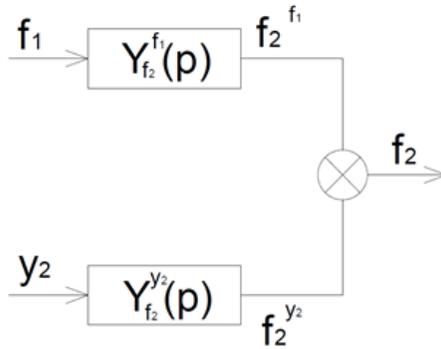


Рис. 11. Структурная схема внешней поверхности теплообмена

Соединяя структурные схемы элементов объекта регулирования, получим общую структурную схему теплообменника (рис. 12.).

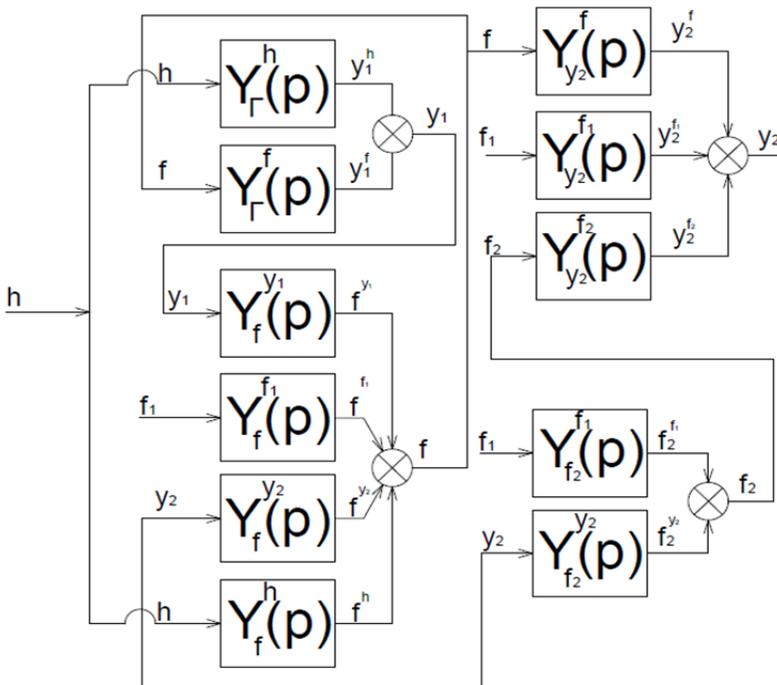


Рис. 12. Структурная схема ТА

**Выводы.** Разработана подробная математическая модель ТА, учитывающая инерционные свойства разделяющих теплоносители поверхностей. Настоящая модель является универсальной. Она подходит для любого типа рекуперативного ТА (пластинчатого, трубчатого и т. д.).

### **Литература**

- [1] Архаров А.М., Афанасьев В.Н., ред. *Теплотехника*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. 876 с.
- [2] Дорф Р., Бишоп Р. *Современные системы управления*. Москва, Лаборатория Базовых Знаний, 2002. 832 с.
- [3] Дудников Е.Г. *Автоматическое управление в химической промышленности*. Москва, Химия, 1987. 368 с.

**Гулимовский Иван Александрович** — студент кафедры «Теплофизика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Научный руководитель** — А.Г. Кузнецов, д-р техн. наук, профессор кафедры «Теплофизика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

---

# A MATHEMATICAL MODEL OF A REGENERATIVE HEAT EXCHANGER AS AN OBJECT CONTROLLED VIA THE OUTLET TEMPERATURE OF ONE OF THE HEAT CARRIERS

I.A. Gulimovskiy

brotlieb@yandex.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

---

## Abstract

*We developed a detailed linear mathematical model of a regenerative heat exchanger as an object controlled via the outlet temperature of one of the heat carriers. We validate the heat carrier bypass position during the adjustment process. A combination of heat energy accumulators represents the heat exchanger: two heat carriers and the structural material of the heat exchanger. For each heat energy accumulator we derive differential equations and transfer functions based on the dynamic energy balance equations. We compiled a schematic diagram of the heat exchanger containing the transfer functions obtained. The heat exchanger model developed should be used for calculating the parameters of an automatic temperature control system.*

## Keywords

*Heat exchanger, controlled object, mathematical model, transfer functions, bypass*

© Bauman Moscow State Technical University, 2017

---

## References

- [1] Arkharov A.M., Afanasiev V.N., ed. Teplotekhnika [Thermal engineering]. Moscow, Bauman Press, 2016. 876 p.
- [2] Dorf R.C., Bishop R.H. Modern control systems. Addison-Wesley, 1998. 855 p. (Russ. ed.: Sovremennyye sistemy upravleniya. Moscow, Laboratoriya Bazovykh Znaniy publ., 2002. 832 p.)
- [3] Dudnikov E.G. Avtomaticheskoe upravlenie v khimicheskoy promyshlennosti [Automatic control in chemical industry]. Moscow, Khimiya publ., 1987. 368 p.

**Gulimovskiy I.A.** — student, Department of Thermal Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Scientific advisor** — A.G. Kuznetsov, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Thermal Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.