

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ КВАНТОВОГО ГРАФА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВРЕМЕНИ

А.М. Гавриков

aaallleexxx918@gmail.com

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрены монотонно расширяющиеся и гармонические графы квантовой звезды со связями разной длины. Их изучение представляет интерес для обработки переноса частиц в различных дискретных структурах, например, в проводных сетях, выполненных на квантовой и молекулярной основе, а также для углеродных нанотрубок и систем, смоделированных на базе квантовых графов. Решены уравнения Шредингера для графов, зависящих от времени. Построены и исследованы зависимости средней кинетической энергии от времени. Для звездного графа получены пространственно-временные диаграммы гауссовского волнового пакета.

Ключевые слова

Уравнения Шредингера, кинетическая энергия, дискретные структуры, квантовый граф, граничные условия

Поступила в редакцию 30.08.2017

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

В последние два десятилетия внимание физиков и математиков привлекает система динамики квантовых частиц в наномасштабных сетях и дискретных структурах, имеющая фундаментальное и практическое значение. Обычно такие системы моделируются квантовыми графами.

Математика, описывающая квантовые состояния объема и площади, обеспечивает набор правил, регулирующих то, как линии могут соединять узлы и какие числа могут быть расположены друг относительно друга. В ее рамках каждое квантовое состояние соответствует одному из графов, и каждый граф, удовлетворяющий правилам, соотносится с квантовым состоянием. Таким образом, графы представляют собой удобную краткую запись возможных квантовых состояний пространства. Теория квантовых графов предполагает, что пространство может состоять из неразделимых крохотных атомов. Однако вследствие малых размеров обнаружить такие атомы напрямую невозможно. В настоящее время квантовые графы нашли множество приложений для моделирования различных дискретных структур и сетей в наномасштабной и мезоскопической физике.

Несмотря на определенный прогресс к изучению квантовых графов, некоторые важные аспекты по-прежнему остаются относительно неизведанными. Это особенно справедливо для возмущенных графов с зависящими от времени внешними силами. Для обработки такой системы требуется решить уравнения Шредингера с временными граничными условиями. Детальное исследование проблемы можно найти в работах Бома [1], где было указано, что проблема ящика с движущейся стеной может быть сопоставлена с проблемой гармонического осциллятора с зависящей от времени частотой, заключенной внутри статического поля.

В данной работе рассмотрена аналогичная задача для квантовой звезды, т. е. изучена проблема квантовых графов с зависящими от времени связями. В частности, исследованы гармонические графы квантовых звезд в случае монотонно сжимающихся и расширяющихся графов. Изучение зависящих от времени графов исходит из таких практически важных задач, как квантовое ускорение Ферми в наномасштабных сетевых структурах и перестраиваемый перенос частиц в квантовых проводных сетях, молекулярных проводах и дискретных структурах. В частности, вершины и узлы таких дискретных структур могут колебаться, что делает их зависящими от времени. Изучена зависимость средней кинетической энергии от динамики волновых пакетов в гармонических графах.

Графы представляют собой системы, состоящие из связей, которые соединены в вершинах по правилу, называемому топологией графа. Топология графа приведена в терминах матрицы смежности [2]:

$$C_{ij} = C_{ji} = \begin{cases} 1, & \text{если } i \text{ и } j \text{ связаны;} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, V.$$

где C_{ij} — матрица смежности простого графа (не имеющего петель и кратных ребер), является бинарной матрицей и содержит нули на главной диагонали.

Квантовая динамика частицы в графе описывается одномерным уравнением Шредингера (где $2m = 1$, m — масса частицы):

$$-i \frac{d^2}{dx^2} \psi_b(x) = k^2 \psi_b(x), \quad b = (i, j). \quad (1)$$

Здесь ψ_b — волновая функция; k — коэффициент, $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ (E — полная энергия частицы, $\hbar = h/2\pi$ — постоянный коэффициент (h — постоянная Планка)); b — связь, соединяющая i -ю и вершины, для каждой связи b компонент полной волновой функции ψ_b является решением уравнения (1).

Волновая функция ψ_b удовлетворяет граничным условиям в вершинах, что обеспечивает непрерывность и сохранение тока [3]. Общая схема определения собственных функций и значений для таких граничных условий приведена в работе [3]. В дальнейшем ограничимся рассмотрением простейшего графа — так называемого звездного графа.

Граф звезды состоит из трех или более связей, соединенных в одной вершине — точке ветвления. Другие точки называются реберными вершинами. Задача о собственном значении для звездного графа с N связями задается уравнением Шредингера

$$-\frac{d^2}{dx^2} \phi_j(y) = k^2 \phi_j(y), \quad 0 \leq y \leq l_j, \quad j = 1, \dots, N.$$

где ϕ_j — собственная функции звездного графа, зависящая от одной переменной y ; $0 \leq y \leq l_j$ — область нахождения звездного графа; l_j — ширина потенциальной ямы.

Приняты следующие граничные условия [4]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_1 |_{y=0} = \phi_1 |_{y=l_1} = \dots = \phi_N |_{y=0}; \\ \phi_1 |_{y=l_1} = \phi_1 |_{y=l_2} = \dots = \phi_N |_{y=l_N} = 0; \\ \sum_{j=1}^N \frac{\partial}{\partial y} \phi_j |_{y=0} = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Собственные значения можно найти, решив уравнение [5]

$$\sum_{j=1}^N \tan^{-1}(k_n l_j) = 0,$$

где соответствующие собственные функции [5]

$$\phi_j^{(n)} = \frac{B_n}{\sin(k_n l_j)} \sin(k_n (l_j - y)),$$

а нормировочные коэффициенты

$$B_n = \left[\sum_j (l_j + \sin(2k_n l_j)) \sin^{-2}(k_n l_j) / 2 \right]^{-1/2}.$$

Зависимость квантового графа от времени. Граф, зависящий от времени, означает, что длины его связей изменяются во времени t , т. е. когда l_j является функцией времени. В этом случае динамика частиц в графе описывается зависящим от времени уравнением Шредингера [6]

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi_j(x, t) = - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi_j(x, t), \quad 0 < x < l_j(t), \quad j = 1, \dots, N. \quad (3)$$

где ψ_j — собственная функции звездного графа, зависящая от двух переменных: координаты x и времени t .

Приняты следующие граничные условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_1 |_{x=0} = \Psi_1 |_{x=l_1(t)} = \dots = \Psi_N |_{x=0}; \\ \Psi_1 |_{x=l_1(t)} = \Psi_1 |_{x=l_2(t)} = \dots = \Psi_N |_{x=l_N(t)} = 0; \\ \sum_{j=1}^N \frac{\partial}{\partial x} \Psi_j |_{x=+0} = 0. \end{array} \right. \quad (4)$$

Из этих граничных условий следует, что только краевые вершины графа движутся, а центр (точка ветвления) фиксирован. Кроме того, предположим, что $L_j(t)$ задается как $L_j(t) = l_j L(t)$, где $L(t)$ — непрерывная функция, l_j — положительные константы. Используя преобразование координат [7], получим

$$y = \frac{x}{L(t)},$$

где y — координата стенки потенциальной ямы, $y = l_j$.

Уравнение (3) можно переписать в виде

$$i \frac{\partial}{\partial t} \Psi_j(y, t) = -\frac{1}{L^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \Psi_j(y, t) + i \frac{\dot{L}}{L} y \frac{\partial}{\partial y} \Psi_j(y, t), \quad 0 < y < l_j, j = 1, \dots, N. \quad (5)$$

Ясно, что оператор Шредингера в правой части уравнения (5) не является эрмитовым вследствие наличия второго члена. Поэтому, используем преобразование [8]

$$\Psi_j(y, t) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{i \frac{\dot{L}}{4} y^2} \Phi_j(y, t).$$

где $\Phi_j(y, t)$ — функция для преобразования уравнения (5) в эрмитовое.

В итоге получим эрмитовое уравнение

$$i \frac{\partial}{\partial t} \Phi_j(y, t) = -\frac{1}{L^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \Phi_j(y, t) + L \frac{\dot{L}}{4} y^2 \Phi_j(y, t), \quad 0 < y < l_j, j = 1, \dots, N. \quad (6)$$

Заметим, что функции $\Phi_j(y, t)$ удовлетворяют граничным условиям (4) при $y = l_j$ вместо $x = L_j(t)$.

Временные и координатные переменные в уравнении (6) можно отделить только в том случае, когда $L(t)$ подчиняется уравнению

$$\frac{L^3 \ddot{L}}{4} = -C^2 = \text{const}, \quad (7)$$

Используя замену [4] $\Phi_j(y, t) = \phi_j(y) \exp\left(-ik^2 \int_0^t L^{-2}(t) dt\right)$, получим

$$\frac{d^2}{dy^2} \phi_j + (k^2 - C^2 y^2) \phi_j = 0, \quad y \in (0, l_j).$$

Для $C \neq 0$ из уравнения (7) имеем

$$L(t) = \sqrt{\alpha t^2 + \beta t + \gamma}; \quad C^2 = \frac{1}{16} (\beta^2 - 4\alpha\gamma)$$

и

$$L(t) = \sqrt{\beta t + \gamma}, \quad C^2 = \frac{1}{16} \beta^2. \quad (8)$$

где α, β, γ — коэффициенты непрерывной функции.

В частности, для случая, когда зависимость $L(t)$ от времени определяется формулой (8), фундаментальные решения уравнения (6) можно записать в виде

$$\phi_{j,1} = y \exp\left(\frac{C}{2}y\right) M\left(\frac{3}{4} - \frac{k}{4C}, \frac{3}{2}, -Cy^2\right)$$

и

$$\phi_{j,2} = \exp\left(\frac{C}{2}y\right) M\left(\frac{1}{4} - \frac{k}{4C}, \frac{1}{2}, -Cy^2\right).$$

где M — функция, зависящая от переменной y и уравнения, заданного постоянной C .

Общее решение уравнения (6) будет иметь вид

$$\phi_j(y) = D_j \phi_{j,1} + G_j \phi_{j,2}, \quad D_j, G_j = \text{const.}$$

Из граничных условий, определяемых уравнением (2), получим:

$$G_j = A, D_j = A\alpha_j(k), \quad j = 1, 2, \dots, N,$$

где A — произвольная постоянная;

$$\alpha_j(k) = -\frac{M\left(\frac{1}{4} - \frac{k}{4C}, \frac{1}{2}, -Cl_j^2\right)}{l_j M\left(\frac{3}{4} - \frac{k}{4C}, \frac{3}{2}, -Cl_j^2\right)}, \quad j = 1, 2, \dots, N.$$

С учетом отношений

$$\frac{d\phi_{j,1}(y)}{dy} \Big|_{y=0} = 1, \quad \frac{d\phi_{j,2}(y)}{dy} \Big|_{y=0} = \frac{C}{2}$$

выведем из уравнения (2) следующее спектральное уравнение для определения собственных значений k_n :

$$\sum_{j=1}^N \frac{1}{l_j} \frac{M\left(\frac{1}{4} - \frac{k}{4C}, \frac{1}{2}, -Cl_j^2\right)}{M\left(\frac{3}{4} - \frac{k}{4C}, \frac{3}{2}, -Cl_j^2\right)} = \frac{CN}{2}.$$

Таким образом, собственные функции уравнения (6) можно представить в виде

$$\phi_j(y, k_n) = A \left[\alpha_j(k_n) \phi_{j,1}(y) + \phi_{j,2}(y) \right], \quad j = 1, 2, \dots, N.$$

Собственные значения для уравнения (6) можно представить через зависимость изменения расстояния между стенками потенциальной ямы от времени:

$$\phi_j(y, k_n) = \frac{A}{\sin(k_n l_j)} \sin(k_n(l_j - y)), \quad j = 1, 2, \dots, N.$$

Здесь A — нормированная постоянная; k_n — n -й положительный корень уравнения

$$\sum_{j=1}^N \tan^{-1}(l_j k) = 0,$$

где $L(t) > 0$.

Рассмотрим гармоническую зависимость, когда $L(t)$ задается как

$$L(t) = b + a \cos \omega t,$$

где ω — частота колебаний, $\omega = 2\pi T^{-1}$ (T — период колебаний); a — амплитуда колебаний.

Переменные времени и координаты в уравнении (6) не могут быть разделены. Расширение $\varphi(y, t)$ в уравнении (6) в терминах полного набора решений статических графов позволяет представить волновые функции как [9]

$$\varphi_j(y, t) = \sum_n C_n(t) \phi_j^{(n)}(y). \tag{9}$$

Подставив это выражение в уравнение (6), получим

$$\dot{C}_m(t) = \sum_n M_{mn} C_n(t),$$

где

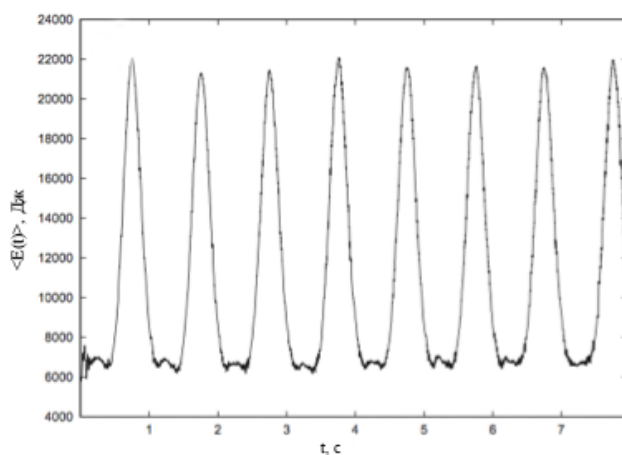
$$M_{mn} = -i \frac{k_m^2}{L^2(t)} - i \frac{L\ddot{L}}{4} \sum_j \int_0^{l_j} y^2 \phi_j^{(n)} \phi_j^{(m)} dy.$$

Изменение пакета волн в гармоническом графе. Средняя кинетическая энергия определяется как

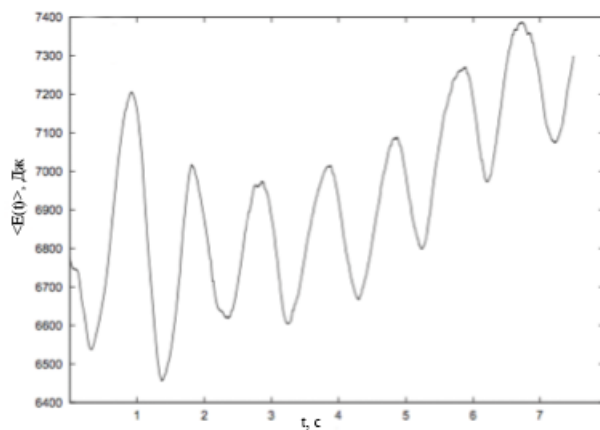
$$E(t) = \frac{\langle p_x \rangle^2}{2m} = \sum_{j=1}^N \int_0^{L_j(t)} \left| \frac{\partial \psi_j(x, t)}{\partial x} \right|^2 dx.$$

где $\langle p_x \rangle$ — среднее значение импульса.

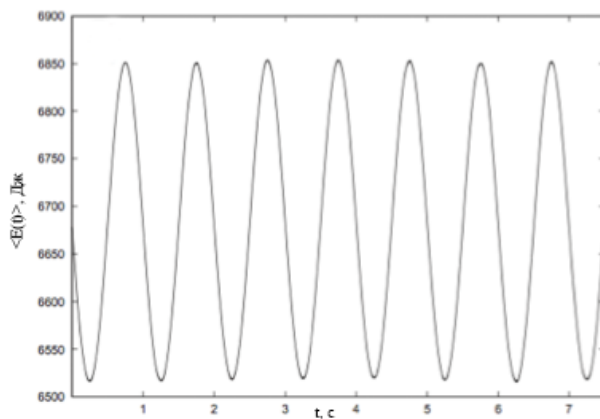
На рис. 1 приведена зависимость средней кинетической энергии гармонического звездного графа от времени (представленным как период колебаний $T = 2\pi / \omega$) при различных значениях параметров (частоты и амплитуды) колебаний. Как видно из графиков, изменение энергии $E(t)$ имеет почти периодический характер при $\omega = 0,5$ и $a = 1$, тогда как при $\omega = 10$ и $a = 1$ такая периодичность полностью нарушена, и ее энергия возрастает со временем. При $\omega = 10$ и $a = 20$ энергия демонстрирует «квазипериодическое поведение». Появление периодического поведения можно объяснить синхронизацией движения частицы и движущихся граней графовых связей. Со временем отсутствие такой синхронизации вызывает разрыв периодичности средней энергии.



a



б



в

Рис. 1. Зависимости средней кинетической энергии гармонического звездного графа от времени t при различных значениях параметров колебаний:

a — $\omega=0,5$, $a=1$; *б* — $\omega=10$, $a=20$; *в* — $\omega=10$, $a=1$

Кроме того, рассмотрим волновой пакет в гармоническом звездном графе, принимая волновую функцию при $t=0$ (для первой связи) в виде следующего гауссовского волнового пакета [10]:

$$\psi_1(x,0) = \Phi(x) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma}\right), \quad (10)$$

где σ — ширина волнового пакета; μ — постоянный коэффициент при $t=0$.

Для других связей начальная волновая функция считается равной нулю, т. е. $\psi_2(x,0) = \psi_3(x,0) = 0$. Тогда для начальных значений функций $\varphi_j(y,t)$ в уравнении (9) имеем

$$\varphi_j(y,0) = L(0)e^{-i\frac{L(0)L(0)}{4}y^2} \Phi(y).$$

Соответственно, коэффициенты разложения при $t=0$ можно записать в виде

$$C_n(0) = \sum_{j=0}^{l_j} \int \varphi_j(y,0) \Phi_j^{(n)}(y).$$

При расчете волнового пакета выбрано начальное условие, когда гауссовский волновой пакет имеет только первую связь, тогда для двух других связей волновые функции при $t=0$ равны нулю. На рис. 2, а показано изменение во времени волнового пакета первичного звездного графа (чья связи колеблются в соответствии с законом $L(t) = 40 + \alpha \cos \omega t$), а на рис. 2, б-г — гауссовского волнового пакета, заданного уравнением (10), при различных значениях параметров колебаний: б — $\omega=0,5, a=1$; в — $\omega=10, a=20$; г — $\omega=10, a=1$. При $t=0$ предполагаем, что гауссовский пакет имеет ширину σ и скорость v_0 . Как видно из рис. 2, при больших значениях частоты дисперсия пакета и его переход к другим связям происходит быстрее, чем при меньших. Важную роль здесь играет возможность синхронизации между фронтом связи и волновыми пакетами. Существование или отсутствие такой синхронизации определяет, как произойдет столкновение пакета с краями связи, и на сколько уменьшится или увеличится средняя кинетическая энергия. Поэтому более подробное рассмотрение динамики волнового пакета в гармонических графах должно основываться на анализе его синхронизации и критериев.

На рис. 3, а-г приведены зависимости плотности вероятности от времени при коэффициенте вариации $k=1,2,3$. Параметры волнового пакета и осцилляции такие же, как и на рис. 2.

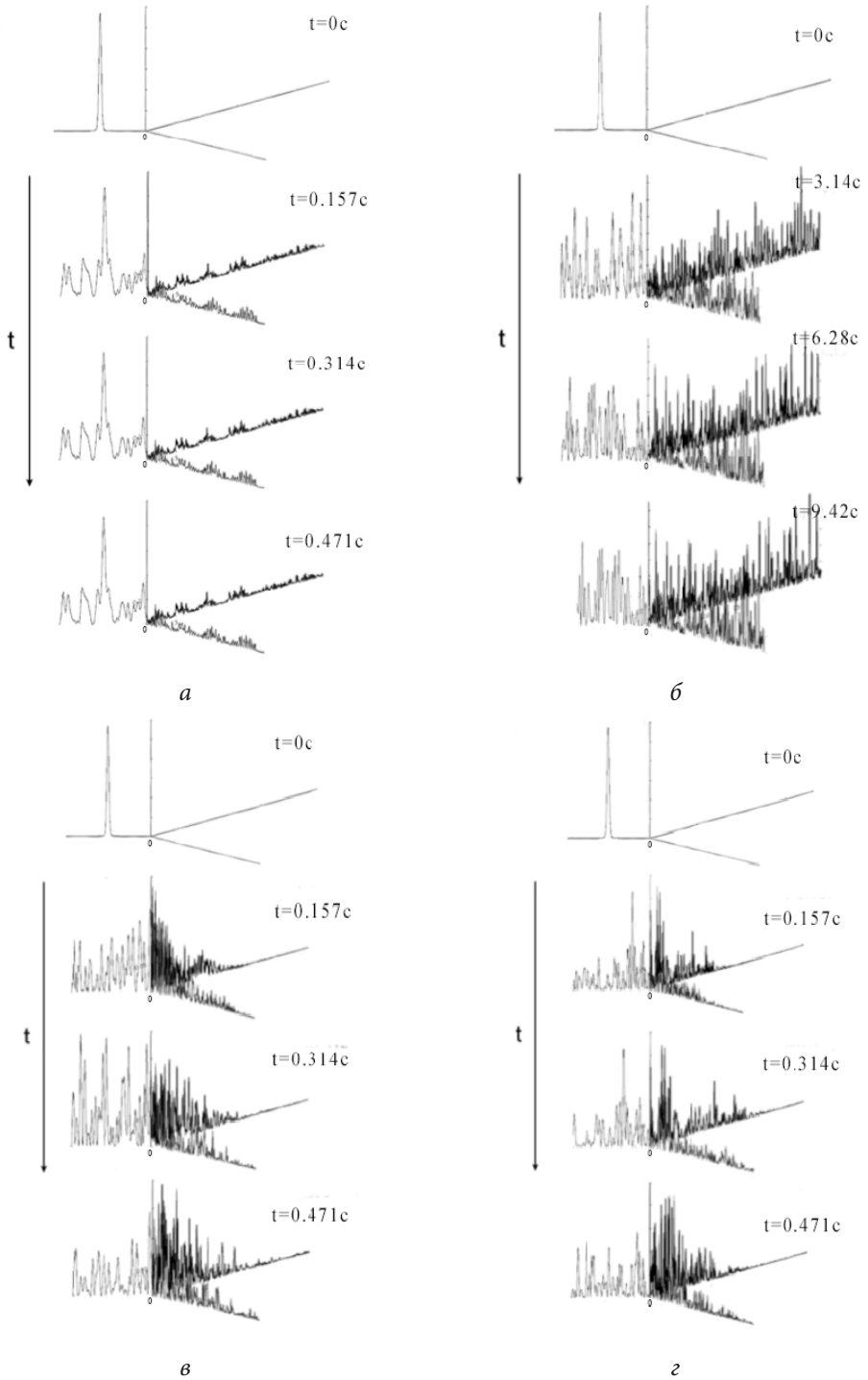
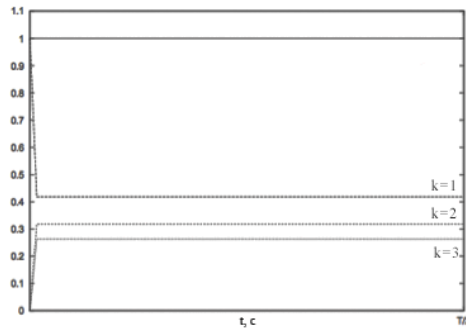
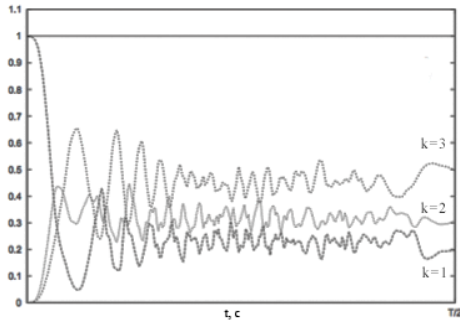


Рис. 2. Изменение во времени волнового пакета первичного звездного графа (а) и гауссовского волнового пакета, заданного уравнением (10), при различных значениях параметров колебаний (б-з):

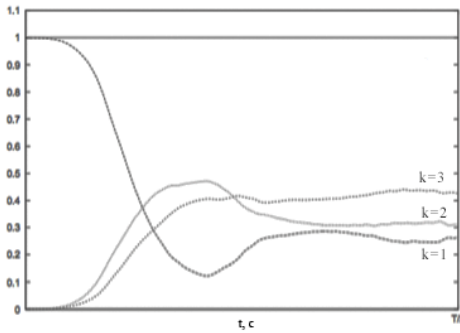
$$\text{б} - \omega=0,5, a=1; \text{в} - \omega=10, a=20; \text{з} - \omega=10, a=1$$



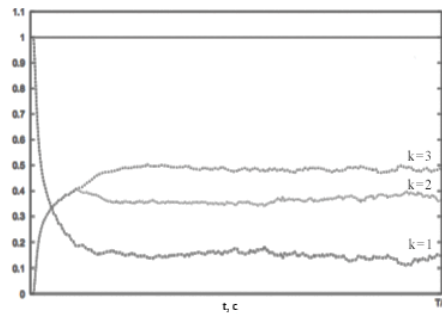
a



б



в



г

Рис. 3. Зависимости плотности вероятности от времени для первичного звездного графа (*a*) и графа, заданного уравнением (10), при различных значениях параметров колебаний (*б–г*):

б — $\omega=10$, $a=20$; *в* — $\omega=10$, $a=1$; *г* — $\omega=0,5$, $a=1$

Выводы. Исследована зависящая от времени квантовая сеть для монотонно расширяющихся и гармонических графов квантовой звезды. Границы края считались зависящими от времени, а точка ветвления — фиксированной.

Временные зависимости средней кинетической энергии и пространственно-временного гауссовского волнового пакета рассчитаны путем решения уравнения Шредингера с временными граничными условиями.

Обнаружено, что для определенных частот энергия является периодической функцией времени, тогда как для других она может быть его немонотонно возрастающей функцией. Такая особенность может быть вызвана возможной синхронизацией движения частиц и движущихся граней графовых связей. Аналогичная особенность выявлена при анализе эволюции волновых пакетов.

Результаты исследования могут быть полезны для обработки переноса частиц в различных дискретных структурах, таких как молекулярные и квантовые проводные сети, сети углеродных нанотрубок, кристаллических решеток и в других наноразмерных системах, которые можно смоделировать квантовыми графами.

Литература

- [1] Бом Д. *Квантовая теория*. Москва, Наука, 1965, 729 с.
- [2] Фаддеев Л.Д., Якубовский О.Я. *Лекции по квантовой механике для студентов-математиков*. Москва-Ижевск, РХД, 2001, 256 с.
- [3] Дирак П.А.М. *Принципы квантовой механики*. Москва, Наука, 1970, 408 с.
- [4] Себехей В. *Теория орбит: ограниченная задача трех тел*. Пер. с англ. под ред. Дубошина Г.Н. Москва, Наука, 1982, 656 с.
- [5] Покорный Ю.В., Пенкин О.М., Прядиев В.Л., Боровских А.В., Лазарев К.П., Шабров С.А. *Дифференциальные уравнения на геометрических графах*. Москва, Физматлит, 2004, 272 с.
- [6] Штокман Х.Ю. *Квантовый хаос: введение*. Пер. с англ. под ред. Демиховского. Москва, Физматлит, 2004, 376 с.
- [7] Кулик С.Д., Берков А.В., Яковлев В.П. *Введение в теорию квантовых вычислений (методы квантовой механики в кибернетике)*. Кн. 2. Москва, МИФИ, 2008, 532 с.
- [8] Березин Ф.А., Шубин М.А. *Уравнение Шредингера*. Москва, Изд-во Моск. ун-та, 1983, 392 с.
- [9] Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д. *Гамильтонов подход в теории солитонов*. Москва, Наука, 1986, 527 с.
- [10] Толченников А.А. *Спектральные свойства оператора Лапласа на декорированных графах и на поверхностях с дельта-потенциалами*. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, МГУ, 2009, 59 с.
- [11] Левитан Б.М., Саргсян И.С. *Операторы Штурма—Лиувилля и Дирака*. Москва, Наука, 1988, 432 с.

Гавриков Алексей Михайлович — студент кафедры «Подводные аппараты и роботы», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Ю.Ю. Инфимовский, кандидат технических наук, доцент кафедры «Физика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

INVESTIGATING QUANTUM GRAPH VARIATIONS AS FUNCTIONS OF TIME

А.М. Гавриков

aaallleexxx918@gmail.com

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The article deals with monotonically expanding and harmonic quantum star graphs featuring bonds of variable length. The study of these structures is important for processing particle transfer in various discrete structures, for instance, in quantum and molecular wire networks, as well as for carbon nanotubes and systems simulated by quantum graphs. We solved the Schrödinger equations for time-dependent graphs. We plotted and studied average kinetic energy as a function of time. We obtained spacetime diagrams of a Gaussian wave packet for the star graph.

Keywords

Schrödinger equations, kinetic energy, discrete structures, quantum graph, boundary conditions

© Bauman Moscow State Technical University, 2017

References

- [1] Bom D. Kvantovaya teoriya [Quantum theory]. Moscow, Nauka publ., 1965, 729 p.
- [2] Faddeev L.D., Yakubovskiy O.Ya. Lektsii po kvantovoy mekhanike dlya studentov-matematikov [Lectures on quantum mechanics for students-mathematics]. Moscow-Izhevsk, RKhD publ., 2001, 256 p.
- [3] Dirac P.A.M. The principles of quantum mechanics. Clarendon Press, 1964, 314 p. (Russ. ed.: Printsipy kvantovoy mekhaniki. Moscow, Nauka publ., 1970, 408 p.).
- [4] Szebehely V. Theory of orbits. The restricted problem of three bodies. New York, Academic Press, 1967, 668 p. (Russ. ed.: Teoriya orbit: ogranichennaya zadacha trekh tel. Moscow, Nauka publ., 1982, 656 p.).
- [5] Pokornyy Yu.V., Penkin O.M., Pryadiev V.L., Borovskikh A.V., Lazarev K.P., Shabrov S.A. Differentsial'nye uravneniya na geometricheskikh grafakh [Differential equations on geometric graphs]. Moscow, Fizmatlit publ., 2004, 272 p.
- [6] Stöckmann H.-J. Quantum chaos: an introduction. Cambridge University Press, 2007, 384 p. (Russ. ed.: Kvantovyy khaos: vvedenie. Moscow, Fizmatlit publ., 2004, 376 p.).
- [7] Kulik p.D., Berkov A.V., Yakovlev V.P. Vvedenie v teoriyu kvantovykh vychisleniy (metody kvantovoy mekhaniki v kibernetike). Kn. 2 [Introduction to the theory of quantum calculations (quantum mechanics methods in cybernetics). Vol. 2]. Moscow, MЭPhI publ., 2008, 532 p.
- [8] Berezin F.A., Shubin M.A. Uravnenie Shredingera [Schrodinger equation]. Moscow, Izdatelstvo Moskovskogo universiteta publ., 1983, 392 p.
- [9] Takhtadzhyan L.A., Faddeev L.D. Gamil'tonov podkhod v teorii solitonov [Hamiltonian approach to the soliton theory]. Moscow, Nauka publ., 1986, 527 p.
- [10] Tolchennikov A.A. Spektral'nye svoystva operatora Laplasya na dekorirovannykh grafakh i na poverkhnostyakh s del'ta-potentsialami. Diss. kand. fiz.-mat. nauk [Spectral properties of Laplace operator in decorated graphs and on surfaces with delta potential. Kand. phys.-math. sci. diss.]. Moscow, MGU publ., 2009, 59 p.
- [11] Levitan B.M., Sargsyan I.S. Operatory Shturma—Liuvillya i Diraka [Sturm-Louisville and Dirac operators]. Moscow, Nauka publ., 1988, 432 p.

Gavrikov A.M. — student, Department of Submersible Mechanisms and Robots, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Yu.Yu. Infimovskiy, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.