

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЧИСЛЕННОСТИ ЭКОНОМИЧЕСКИ АКТИВНОГО НАСЕЛЕНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ С ПОМОЩЬЮ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ

А.В. Черныш

chernysh.artur@gmail.com

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве РФ», Москва, Российская Федерация

Аннотация

Приведен анализ экономически активного населения при наличии неполной и неточной информации. Изучены возможности применения аппарата теории нечетких множеств в моделировании демографических аспектов рынка труда. Для каждого отдельно взятого года в выбранном временном отрезке (2014–2016 гг.) с учетом изменения темпов роста населения был рассчитан прогноз численности экономически активного населения. Для проверки меры адекватности разработанной модели была рассчитана погрешность методом аппроксимации, которая демонстрирует достаточную близость данных, что, в свою очередь, предопределяет необходимость продолжения исследований в этом направлении

Ключевые слова

Прогнозирование, население, теория нечетких множеств, фаззификация, дефаззификация, демографический прогноз, аппроксимация

Поступила в редакцию 02.10.2017

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

Введение. Демографический прогноз как неотъемлемый элемент социально-экономического развития позволяет определить на перспективу общую численность населения страны, численность его отдельных половозрастных групп в трудоспособном возрасте, а также возможную численность экономически активного населения (ЭАН) и т. д.

Экономически активное население страны в качестве основной движущей компоненты рынка труда представляет собой большую динамическую систему, отличительной особенностью которой является ее функционирование в условиях неопределенности, вызванной рядом обстоятельств: невозможностью выявления всех факторов, определяющих динамику трудовых ресурсов; ростом числа ЭАН в условиях внедрения рыночных механизмов во все сферы жизнедеятельности; отсутствием полной информации о демографическом составе рынка рабочей силы, в том числе о фактически занятых и безработных. Неопределенность фактических данных возникает при их комбинировании из различных источников — официальных и неофициальных и экспертных оценок [1].

Для проведения исследований представляется актуальным анализ ЭАН при неполной и неточной информации и изучение возможностей применения в моделировании демографических аспектов рынка труда аппарата теории нечетких множеств [2].

Указанная выше особенность функционирования ЭАН как динамической системы в условиях неопределенности, вызванной перечисленными обстоя-

тельствами, определяют нечеткость исходной информации, т. е. «погружение» задачи прогнозирования численности ЭАН в нечеткую среду [3, 4].

Методика прогнозирования численности экономически активного населения. Изменение интенсивности демографических аспектов рынка труда под воздействием социально-экономических факторов обуславливает важность определения перспектив изменения численности ЭАН при планировании и прогнозировании рынка труда [5]. В настоящей работе для решения задачи прогнозирования численности ЭАН в качестве модели приняты нечеткий временной ряд и следующая постановка задачи [6, 7].

Считаются известными данные о численности ЭАН Московской области за фиксированный период времени, т. е. динамика и соответствующие ее вариации за этот же отрезок времени. Задача состоит в определении перспективной численности ЭАН с учетом вариаций за истекшие годы.

Методика прогнозирования:

Определение универсального множества U , которое представляет собой интервал между наименьшей и наибольшей вариациями численности ЭАН.

Деление универсального множества U на несколько интервалов равной длины, включающих в себя значения вариаций, соответствующих различным темпам роста ЭАН.

Определение соответствующих значений лингвистической переменной, т. е. определение множества нечетких множеств $F(t)$ для словесного (качественного) описания в понятиях человека значений вариаций численности ЭАН.

Фаззификация исходных данных, заключающаяся в преобразовании четких количественных значений в нечеткие, позволяет в значениях функций принадлежности отразить соответствующие количественным значениям качественные представления о темпах роста ЭАН.

Выбор параметра $w > 1$, соответствующего отрезку времени, который предшествует текущему году; вычисление матрицы нечетких отношений $R^w(t)$ и прогнозирование численности ЭАН на последующий год.

Дефаззификация полученного результата, т. е. переход от нечетких значений к четким (количественным).

Приведем схему реализации предложенной методики для решения проблемы прогнозирования численности ЭАН [8, 9].

Динамика численности ЭАН Московской области за 2006–2016 гг. принятая за исходную для «ретроспективного прогноза» (табл. 1) [10].

Для определения универсального множества U прежде всего необходимо выделить наименьшее и наибольшее значения вариаций в отрезке времени 2006–2016 гг., а затем в целях получения более удобных границ интервала выбрать подходящие значения D_1 и D_2 (соответствующие положительные числа). Тогда универсальное множество U можно описать в виде

$$U : U = [V_{\min} - D_1, V_{\max} + D_2],$$

где $V_{\min} = 400$ — наименьшая вариация (2008); $V_{\max} = 188\,900$ — наибольшая вариация (2007); $D_1 = 400$, $D_2 = 100$. Тогда универсальное множество U примет вид $U = 0,189000$.

**Динамика и соответствующие вариации численности
экономически активного населения за период 2006–2016 гг.**

Год	Численность, тыс. чел	Вариация V , тыс. чел
2006	3710,8	—
2007	3899,7	188,9
2008	3900,1	0,4
2009	3915,2	15,1
2010	3933,7	18,4
2011	3947,7	14,0
2012	3948,3	0,6
2013	3955,2	6,9
2014	3958,6	3,4
2015	3977,7	19,1
2016	3996,0	18,3

Универсальное множество U следует подразделить на семь интервалов равной длины и отметить средние точки этих интервалов:

$$\begin{aligned} u_{\text{cp}}^1 &= 13\,500; & u_{\text{cp}}^2 &= 40\,500; & u_{\text{cp}}^3 &= 67\,500; & u_{\text{cp}}^4 &= 94\,500; \\ u_{\text{cp}}^5 &= 121\,500; & u_{\text{cp}}^6 &= 148\,500; & u_{\text{cp}}^7 &= 175\,500. \end{aligned} \quad (1)$$

Следующий шаг — определение множества нечетких множеств в универсальном множестве U . В данном случае «вариация численности ЭАН» — название лингвистической переменной, которая имеет следующие лингвистические значения:

- A_1 = очень низкий уровень роста (ОНУР) численности ЭАН;
- A_2 = низкий уровень роста (НУР) численности ЭАН;
- A_3 = нет изменений роста (НИР) численности ЭАН;
- A_4 = средний уровень роста (СУР) численности ЭАН;
- A_5 = нормальный уровень роста (НорУР) численности ЭАН;
- A_6 = высокий уровень роста (ВУР) численности ЭАН;
- A_7 = очень высокий уровень роста (ОВУР) численности ЭАН.

Каждому лингвистическому значению соответствует нечеткая переменная, которой, по определенному правилу, ставится в соответствие нечеткое множество, определяющее смысл этой переменной.

Нечеткие множества A_1, A_2, \dots, A_7 в универсальном множестве U определяются с помощью формулы

$$\mu_{A_i}(u_i) = \frac{1}{1 + [C(V - u_{\text{cp}}^i)]^2} \quad (2)$$

где V — вариации (см. табл. 1); u_{cp}^i — средние точки соответствующих интервалов (см. формулу (1)); C — постоянное число, значение которое следует подби-

рять так, чтобы обеспечить преобразование четких количественных чисел в нечеткие, т. е. их вхождение в интервал $[0,1]$ (в данной работе $C = 0,00001$);

$$A_i = \left(\frac{\mu_{A_i}(u_i)}{u_i} \right), \quad u_i \in U, \quad \mu_{A_i}(u_i) \in [0,1] \text{ — нечеткие множества.}$$

Далее приступаем к фаззификации вариаций. При этом если для года i вариация будет $V_i, V_i \in u_i$, то для $u_j (u_j \in U$ — интервалы универсального множества $U)$ функцию принадлежности $\mu_{A_i}(u_i)$ можно вычислить по формуле (2) с учетом того, что $V = V_i$ (табл. 2). Здесь A^{mn} — нечеткие множества соответствующих вариаций за год $t = mn$, где $2006 \leq t \leq 2016$ (табл. 2).

Таблица 2

Результаты фаззификации за период 2006–2016 гг.*

Фаззификация вариации	ОНУР	НУР	НИР	СУР	НорУР	ВУР	ОВУР
A^{06}							
A^{07}	0,2453/ u_1	0,3123/ u_2	0,4042/ u_3	0,5287/ u_4	0,6876/ u_5	0,8596/ u_6	0,9823/ u_7
A^{08}	0,9832/ u_1	0,8616/ u_2	0,6896/ u_3	0,5304/ u_4	0,4055/ u_5	0,3132/ u_6	0,2460/ u_7
A^{09}	0,9997/ u_1	0,9396/ u_2	0,7848/ u_3	0,6136/ u_4	0,4692/ u_5	0,3599/ u_6	0,2800/ u_7
A^{10}	0,9976/ u_1	0,9536/ u_2	0,8061/ u_3	0,6336/ u_4	0,4850/ u_5	0,3716/ u_6	0,2885/ u_7
A^{11}	1,0000/ u_1	0,9344/ u_2	0,7775/ u_3	0,6068/ u_4	0,4639/ u_5	0,3560/ u_6	0,2771/ u_7
A^{12}	0,9837/ u_1	0,8629/ u_2	0,6911/ u_3	0,5317/ u_4	0,4064/ u_5	0,3139/ u_6	0,2465/ u_7
A^{13}	0,9957/ u_1	0,8987/ u_2	0,7315/ u_3	0,5659/ u_4	0,4324/ u_5	0,3328/ u_6	0,2603/ u_7
A^{14}	0,9898/ u_1	0,8788/ u_2	0,7086/ u_3	0,5463/ u_4	0,4174/ u_5	0,3219/ u_6	0,2523/ u_7
A^{15}	0,9968/ u_1	0,9563/ u_2	0,8104/ u_3	0,6377/ u_4	0,4883/ u_5	0,3740/ u_6	0,2903/ u_7
A^{16}	0,9977/ u_1	0,9528/ u_2	0,8048/ u_3	0,6324/ u_4	0,4840/ u_5	0,3709/ u_6	0,2880

* Во избежание громоздкости обозначения в верхнем индексе указаны две последние цифры года.

Необходимо выбрать базис w (где l — количество годов, предшествующих текущему и включенных в экспериментальную оценку). С учетом базиса, т. е. предыстории, вычисляем матрицу нечетких отношений, на основе которой выдается прогноз. После выбора w строим операционную матрицу — $i \times j$ (i — количество строк, соответствующее количеству годов в последовательности $t - 2, t - 3, \dots, t - w; j$ — количество столбцов, соответствующее количеству интервалов вариаций) и матрицу-критерий $1 \times j K(t)$ для прогнозируемого года t (матрица-строка, соответствующая нечеткой вариации численности ЭАН за год $t - 1$). Например, принимая $w = 7$, можно определить операционную матрицу 6×7 , т. е. матрицу нечеткой вариации численности ЭАН за годы $t - 2 \dots t - 7$ и матрицу-критерий $1 \times 7 K(t)$, т. е. матрицу нечеткой вариации численности населения за год $t - 1$. Значит, при $w = 7$ фактически используются данные для семи предыдущих годов.

Согласно методу, следующим шагом будет вычисление матрицы отношений $R(t)$:

$$R(t)[i, j] = O^w(t)[i, j] \cap K(t)[j] = \min\{O^w(t)[i, j], K(t)[j]\}.$$

Определяем прогнозируемое значение для года t — $F(t)$, представленное

$$V(t) = \frac{\sum_{i=1}^7 \mu_t(u_i) u_{cp}^i}{\sum_{i=1}^7 \mu_t(u_i)}$$

в виде нечеткого множества (табл. 3):

$$F(t) = \{\max(R_{11}, R_{21}, \dots, R_{i1}), \dots, \max(R_{1j}, R_{2j}, \dots, R_{ij})\}$$

Таблица 3

Расчет прогнозируемых значений для 2014 г.

Лингвистическая переменная	R (2014)						F (2014)
ОНУР	0,2453	0,9832	0,9957	0,9957	0,9957	0,9837	0,9957
НУР	0,3123	0,8616	0,8987	0,8987	0,8987	0,8629	0,8987
НИР	0,4042	0,6896	0,7315	0,7315	0,7315	0,6911	0,7315
СУР	0,5287	0,5304	0,5659	0,5659	0,5659	0,5317	0,5659
НорУР	0,4324	0,4055	0,4324	0,4324	0,4324	0,4064	0,4324
ВУР	0,3328	0,3132	0,3328	0,3328	0,3139	0,3328	0,3328
ОВУР	0,2603	0,2460	0,2603	0,2603	0,2603	0,2465	0,2603

Для остальных годов прогнозные результаты вычисляют аналогично.

Для дефаззификации результатов, полученных на предыдущем шаге, предлагаем воспользоваться формулой

$$V(t) = \frac{\sum_{i=1}^7 \mu_t(u_i) u_{cp}^i}{\sum_{i=1}^7 \mu_t(u_i)},$$

где $\mu_t(u_i)$ — вычисленные значения функций принадлежности для прогнозируемого года; u_{cp}^i — средние точки интервалов.

Например, после расчетов для $F(2014)$ получаем: $V(2014) = 70\,765$, т. е. ожидаемый на 2014 г. прирост ЭАН составляет 70 765 чел. А для того чтобы получить прогнозируемое значение численности ЭАН на 2014 г., необходимо к численности ЭАН за 2013 г. прибавить полученное расчетное значение прироста ЭАН.

Прогнозируемые значения численности ЭАН на основе базиса $w = 5$ за период 2006–2016 гг., вычисленные в соответствии с изложенной методикой, представлены в табл. 4.

Таблица 4

Результаты ретроспективного анализа прогноза численности экономически активного населения

Год	Фактически		Прогноз		Погрешность, %
	Численность	Вариация V	Численность	Вариация V	
2014	3958,6	3,4	4025,98773	70,8	1,702646212
2015	3977,7	19,1	4031,70417	5,7	1,357248088
2016	3996,0	18,3	4050,67895	19,0	1,369073235

В качестве экспериментальной базы принят отрезок времени 2014–2016 гг., т. е. ретроспектива, предшествующая текущему 2017 г. Понятно, что статистические данные о численности ЭАН за указанный период известны.

Эксперимент проведен при следующих условиях:

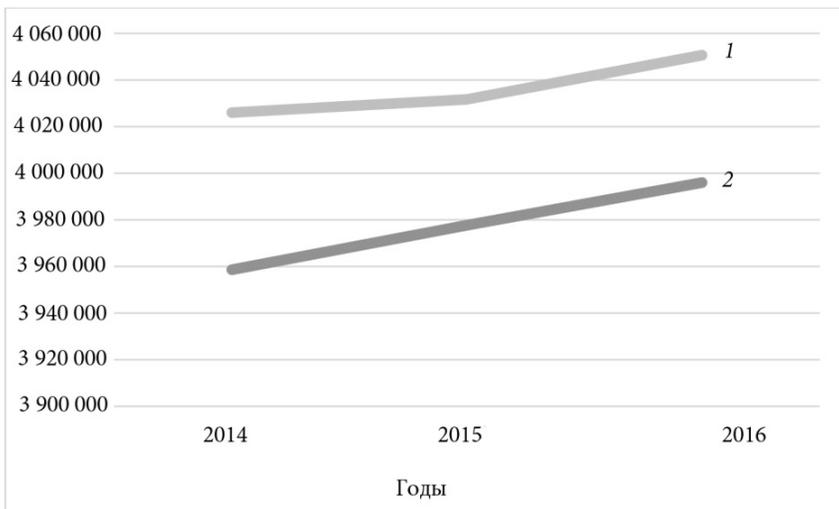
- а) динамика численности ЭАН за период 2006–2014 принята неизвестной;
- б) для каждого отдельно взятого года выбранного временного отрезка (2014–2016 гг.) с учетом соответствующей предыстории изменения темпов роста населения рассчитан прогноз численности ЭАН, согласно принятой методике;
- в) для проверки меры адекватности модели фактическая динамика численности ЭАН и соответствующие вариации за 2014–2016 гг. сопоставлены с реализацией математической модели и рассчитана погрешность, аппроксимирующая модель метода прогнозирования, по формуле [9]:

$$\delta(t) = \frac{N_{\text{факт}}^t - N_{\text{прог}}^t}{N_{\text{факт}}^t} 100 \%,$$

где $N_{\text{факт}}^t$ — фактическая численность населения за год t ; $N_{\text{прог}}^t$ — прогнозная численность населения за год t ; $2014 \leq t \leq 2016$.

Сравнительный анализ фактических и расчетных данных и полученные значения погрешности метода аппроксимации свидетельствуют о высоком качестве модели и позволяют сделать предварительный вывод о целесообразности использования последней в целях составления демографического прогноза [10].

Численность, чел.



Графическое изображение результатов ретроспективного анализа прогноза численности экономически активного населения:

1 — прогноз; 2 — дано

Фактическую и прогнозируемую динамику численности ЭАН можно представить графически (рис. 1), что наглядно демонстрирует близость приведенных данных, что, в свою очередь, показывает необходимость продолжения исследований в данном направлении.

Литература

- [1] Капелюшников Р.И. *Российский рынок труда: адаптация без реструктуризации*. Москва, ГУ ВШЭ, 2001, 307 с.
- [2] Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В., Славский В.В. Комплекс моделей для построения и оценки вариантов развития регионального рынка труда. *Вестник алтайской науки*, 2013, № 1, с. 86–88.
- [3] Заде Л.А. *Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений*. Москва, Мир, 1976, 165 с.
- [4] Мамедова М.Г., Джабраилова З.Г. Нечеткая логика в прогнозировании демографических аспектов рынка труда. *Искусственный интеллект*, 2005, № 3, с. 450–460.
- [5] Маслова И. Эффективная занятость и рынок рабочей силы. *Вестник статистики*, 1990, № 12, с. 8–19.
- [6] Кендэл М. *Временные ряды*. Москва, Финансы и статистика, 1981, 191 с.
- [7] Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. *Анализ временных рядов и прогнозирование*. Москва, Финансы и статистика, 2010, 317 с.
- [8] Ярушкина Н.Г. *Основы теории нечетких и гибридных систем*. Москва, Финансы и статистика, 2004, 320 с.
- [9] Gladunova O.P., Kurkina M.V., Nerizko S.V., Oskorbina D.N., Perekarrenkova Yu.A., Ponomarev I.V., Rodionov E.D., Rodionova L.V., Rodionova O.E., Slavskiy V.V. *Математическое моделирование в социально-экономических и естественных науках*. Барнаул, ИП Колмогоров И.А., 2012, 141 с.
- [10] Шнипер Р.И., Новоселов А.С. *Региональные проблемы рынковедения: экономический аспект*. Новосибирск, Сиб. изд. фирма Наука, 1993, 436 с.

Черныш Артур Витальевич — магистрант факультета «Прикладная математика и информационные технологии», Департамента анализа данных принятия решения и финансовых технологий, ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве РФ», Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — А.А. Кочкаров, канд. физ.-мат. наук, доцент Департамента анализа данных принятия решения и финансовых технологий, ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве РФ», Москва, Российская Федерация.

PROJECTION OF ECONOMICALLY ACTIVE POPULATION OF MOSCOW REGION USING FUZZY LOGIC

A.V. Chernysh

chernysh.artur@gmail.com

Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation

Abstract

In this paper we introduce the analysis of economically active population upon incomplete and inaccurate information. We studied the possibilities of using the fuzzy set theory in modeling demographic aspects of labour market. For every individual year over specific time frame (2014–2016), we forecasted economically active population growth taking into account the population growth rate. To test the adequacy measure of the developed model, we estimated the error by approximation method. The error demonstrated the sufficient proximity of data, which, in turn, fosters more research in this field.

Keywords

Projection, population, fuzzy set theory, fuzzification, defuzzification, demographic projection, approximation

© Bauman Moscow State Technical University, 2017

References

- [1] Kapelyushnikov R.I. Rossiyskiy rynek truda: adaptatsiya bez restrukturizatsii [Russian labor-market: adaptation without reorganisation]. Moscow, HSE publ., 2001, 307 p.
- [2] Ponomarev I.V., Rodionov E.D., Rodionova L.V., Slavskiy V.V. Models set for constructing and assessment the development cases of regional labor-market. *Vestnik altayskoy nauki*, 2013, no. 1, pp. 86–88.
- [3] Zadeh L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. New York, Elsevier, 1973. (Russ. ed.: Ponyatie lingvisticheskoy peremennoy i ego primeneniye k prinyatiyu priblizhennykh resheniy. Moscow, Mir publ., 1976, 165 p.)
- [4] Mamedova M.G., Dzhabrailova Z.G. Fuzzy logic in forecasting demographic aspects of labor-market. *Iskusstvennyy intellekt*, 2005, no. 3, pp. 450–460.
- [5] Maslova I. Full employment and labour market. *Vestnik statistiki*, 1990, no. 12, pp. 8–19.
- [6] Kendall M.G. Time series. London, Griffin, 1976. (Russ. ed.: Vremennyye ryady, Moscow, Finansy i statistika Publ., 1981, 191 p.)
- [7] Afanas'yev V.N., Yuzbashev M.M. Analiz vremennykh ryadov i prognozirovaniye [Time series analysis and forecasting]. Moscow, Finansy i statistika publ., 2010, 317 p.
- [8] Yarushkina N.G. Osnovy teorii nechetkikh i gibridnykh system [Theory fundamentals of fuzzy and hybrid systems]. Moscow, Finansy i statistika publ., 2004, 320 p.
- [9] Gladunova O.P., Kurkina M.V., Neriz'ko pp.V., Oskorbin D.N., Perekarenkova Yu.A., Ponomarev I.V., Rodionov E.D., Rodionova L.V., Rodionova O.E., Slavskiy V.V. Matematicheskoe modelirovaniye v sotsial'no-ekonomicheskikh i estestvennykh naukakh [Mathematical modelling in social-economical and nature sciences]. Barnaul, IP Kolmogorov I.A. publ., 2012, 141 pp.
- [10] Shniper R.I., Novoselov A.S. Regional'nye problemy rynkovedeniya: ekonomicheskyy aspekt [Regional problems of market study: economical aspect]. Novosibirsk, Nauka Siberian publ. company, 1993, 436 p.

Chernysh A.V. — Master's Degree student, Faculty of Applied Mathematics and Information Technology, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — A.A. Kochkarov, Dr. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Data Analysis, Decision-making and Financial Technology, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation.