

О ФОНТАНИРОВАНИИ ЦЕПОЧКИ ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ШАРИКОВ

А.А. Домнышев

domnyyshevaa@student.bmstu.ru

SPIN-код: 4142-6977

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Представлены результаты экспериментов по решению классической задачи Мещерского о падении гибкой цепочки с верхней плоскости на нижнюю под действием силы тяжести. Экспериментально исследован эффект вертикального фонтанирования (над верхней плоскостью) цепей различного типа при варьировании начальных условий: высоты начального положения, типа чаши, характеристик плоскости фонтанирования. Проведено сравнение данных опыта по формированию фонтана с имеющимися аналитическими моделями. Экспериментально исследована траектория движения звеньев цепи. Рассмотрена установившаяся высота фонтанирования и оценена стационарная скорость звеньев цепи. Приведены результаты расчета установившейся скорости фонтанирования. Подробно рассмотрены допущения, принятые в классической динамике цепей, показана их неприменимость для нахождения параметров фонтанирования. Установлено, что рассчитанные в рамках классических моделей значения скорости установившегося движения цепи соответствуют данным эксперимента.

Ключевые слова

Цепь, фонтан, металлические шарики, общие теоремы динамики, система переменной массы, уравнение Мещерского, упругая деформация, стоячая волна

Поступила в редакцию 06.12.2018

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

Введение. В лекционных и базовых курсах теоретической механики при изложении раздела динамики систем переменного состава в качестве основного объекта изучения рассматривается точка переменной массы, моделирующая движение ракет. На первый взгляд может показаться, что такими задачами исчерпывается вся практическая значимость раздела динамики тел переменного состава, но это не так.

Механика тел переменной массы находит интересное и яркое приложение в динамике цепи и нити. Отметим здесь ставшие классическими задачу Кэйли о падающей со стола цепи [1], задачу о движении переброшенной через блок цепи [2] и задачу Мещерского о падении цепи с верхней площадки на нижнюю [3]. Решение этих задач с использованием ряда допущений и упрощений приводится в [1–5], причем цепь движется вниз по одной вертикальной прямой.

В 2013 г. в сети Интернет были выложены результаты эксперимента [6] по реализации задачи Мещерского: длинная цепочка из металлических шариков, уложенная в большой стакан, находящийся на некоторой высоте от пола, начи-

нает «фонтанировать», если резко потянуть за ее свободный конец. Вместо того чтобы просто свешиваться через край и падать на пол, звенья цепи сначала поднимаются вверх, проходят траекторию цепной линии и только потом падают вниз (рис. 1).

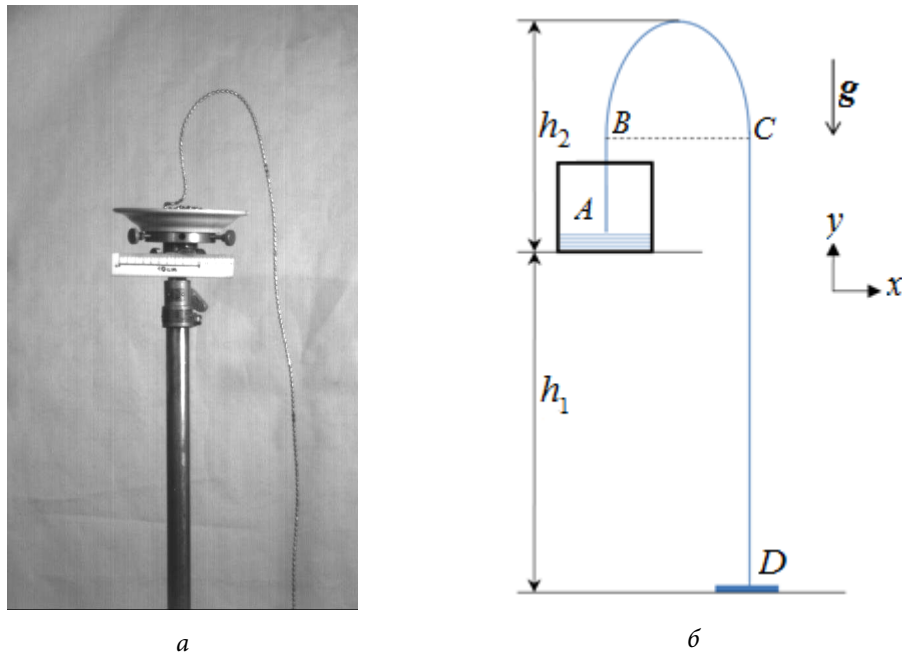


Рис. 1. Фонтанирующая цепочка из металлических шариков при падении из тарелки на пол:

a — настоящий эксперимент; *б* — схема явления фонтанирующей цепочки

Эксперимент вызвал огромный интерес [7–9]; были выдвинуты различные гипотезы и приведены некоторые количественные оценки. В статьях [10–15], посвященных фонтанированию цепочки, предлагаемые аналитические модели существенно отличаются друг от друга.

Цель настоящей работы состоит в проведении эксперимента с фонтанирующей цепочкой, в физическом объяснении явления и в апробации ряда имеющихся математических моделей данного явления.

1. Постановка задачи и методика эксперимента. Схема исследуемой системы представлена на рис. 1, б. Звенья цепи поднимаются из чаши *A* вертикально вверх и падают вниз на пол по траектории, имеющей форму цепной линии.

Первым необходимым условием начала движения цепи является ненулевая высота между начальным и конечным положением цепочки ($h_1 > 0$) — чаша с цепочкой должна находиться на некоторой высоте от пола. Второе условие — сообщение системе начального импульса (резкий рывок за конец цепочки в начальный момент времени) или достаточная для начала движения сила тяжести, действующая на свисающий конец цепочки.

Для постоянства силы тяжести, действующей на движущуюся вниз часть цепочки, в начальный момент времени конец цепочки опускался до пола. В экспериментах использовали следующие цепи:

А) цепь из металлических шариков длиной 23,45 м, на каждый метр которой приходится 167 шариков средним диаметром 4,58 мм; минимальная дуга необходимая для разворота которой состоит из шести звеньев (рис. 2, а);



Рис. 2. Фонтанирование цепи А: $h_1=215$ см , $h_2=19,5$ см (а, б); цепи Б: $h_1=215$ см , $h_2=12,5$ см (в, г); цепи В: $h_1=215$ см , $h_2=5,1$ см (д, е); цепи Г: $h_1=215$ см , $h_2=11$ см (ж, з)

Б) цепь из металлических шариков длиной 3,56 м, на каждый метр которой приходится 520 шариков средним диаметром 1,20 мм; минимальная дуга — шесть звеньев (рис. 2, в);

В) цепь из пластмассовых бусин диаметром 4,94 мм, закрепленных на нити длиной 6 м и соединенных между собой нерастяжимой нитью, которая позволяет изменить направление цепи, включая в полуокружность только три звена (рис. 2, д);

Г) цепь длиной 9 м из макарон твердых сортов пшеницы длиной 4 см и диаметром 1,5 см с дугой разворота, состоящей из шести звеньев, однако радиус этой дуги намного больше по сравнению с цепочками А–В (рис. 2, ж);

Д) шнур полиэфирный диаметром 6 мм длиной 15 м (рис. 3, а).



Рис. 3. Шнур полиэфирный диаметром 6 мм длиной 15 м (а); фонтанирование шнура $h_1=153$ см, $h_2=9$ см (б)

Исследуемая цепь укладывалась в небольшую тарелку или химический стакан, помещаемый на штатив (см. рис. 1, а). Последний позволял варьировать высоту тарелки или стакана над полом в диапазоне от 1,17 до 5,10 м.

Для регистрации динамики цепи использовали видеосъемку фотокамерой PowerShotSX50 HS (30, 120 и 240 кадр/с) и скоростной видеокамерой VS-FAST (500 кадр/с) с последующей обработкой видеоматериалов с помощью программы ImageJ.

2. Результаты экспериментов. Эксперименты со всеми цепями А–Д показали эффект фонтанирования (см. рис. 2, б, г, е, з). Ниже рассмотрены факторы, влияющие на динамику цепи.

2.1. *Фонтанирование разных цепей.* В [10–13] указано, что на высоту фонтана влияют физические свойства самой цепи.

Проведен следующий эксперимент: с поверхности, расположенной на высоте 2,15 м, последовательно отпускали четыре вида цепей А–Г, представленных на рис. 2, а, в, д, ж. Оказалось, что наибольшую высоту фонтана имела цепь А из металлических шариков диаметром 4,58 мм (рис. 2, б). В последующих опытах использовалась цепь А.

В [10–15] подчеркивается необходимость того, чтобы цепь состояла из твердых дискретных тел (шариков), разделенных достаточно малой перемычкой (стерженьком), при этом делается вывод о фонтанировании только тех цепей, для которых в изгибе для смены направления участвуют не менее двух звеньев.

Проверим необходимость сформулированных условий фонтанирования, относящихся к свойствам самой цепи. Проведем аналогичный опыт не с цепью, а аналогом такой модели — шнуром (см. рис. 3, а).

Эксперименты показали, что при падении с высоты шнур ведет себя аналогично цепи — формируется фонтан (при $h_1=153$ см высота фонтана составила 9 см (рис. 3, б)).

По результатам этого опыта делаем вывод о том, что эффект фонтанирования наблюдается не только в цепях, но и в шнурах (нерастяжимых нитях).

2.2. *Зависимости высоты фонтанирования от высоты начального положения.* Исследуем зависимость высоты максимального подъема звеньев цепочки h_2 от высоты чаши h_1 . В опыте использовалась цепь А. Чашей являлась неглубокая керамическая тарелка диаметром 16,67 см и лабораторный стакан диаметром 7 см и высотой 12,8 см. Положение чаши относительно пола варьировалось, проводилось измерение высоты фонтана. Полученная зависимость $h_2(h_1)$ высоты фонтана от первоначального положения цепи представлена на рис. 4.

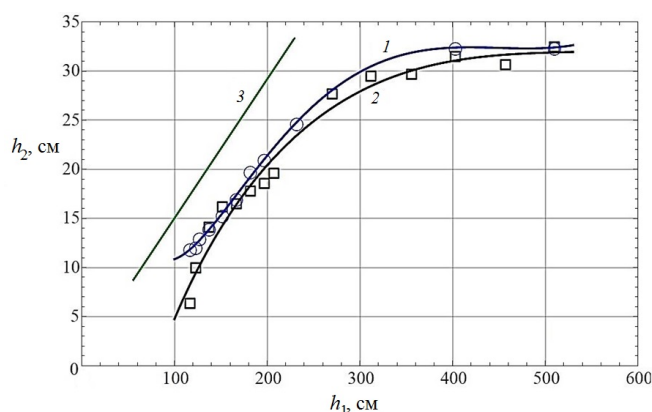


Рис. 4. Зависимость высоты максимального подъема звеньев цепочки h_2 от высоты чаши h_1 :

1 — стакан; 2 — тарелка; 3 — результаты [11]

Из рис. 4 следует, что зависимость высоты подъема цепи от высоты начального положения не является линейной (данные 1 и 2). Линейную аппроксимацию опытных данных можно использовать лишь для диапазона $h_1 = 0 \dots 200$ см.

Отметим, что аналитические модели фонтанирования [10–13] основаны на линейной зависимости h_2 от h_1 .

Эксперименты показали, что размещение цепи в стакане или на тарелке (мелкая или глубокая емкость) практически не влияет на высоту фонтана — см. данные 1 и 2 на рис. 4.

Отметим, что при размещении всей цепи внутри стакана ее верхний конец (и верхний слой цепи) находился на высоте 12 см. В процессе падения новых звеньев на пол, уменьшается количество звеньев в стакане, а значит, уменьшает-

ся и высота h_1 , что значительно затрудняет расчеты. По этой причине во всех других опытах в качестве чаши используется тарелка.

2.3. *Фонтанирование в горизонтальной плоскости.* На горизонтальном столе аккуратно помещалась металлическая цепь, конец которой касался пола. Наблюдалось фонтанирование в горизонтальной плоскости, причем со временем слои цепи начинали двигаться в сторону, противоположную движению звеньев (рис. 5).

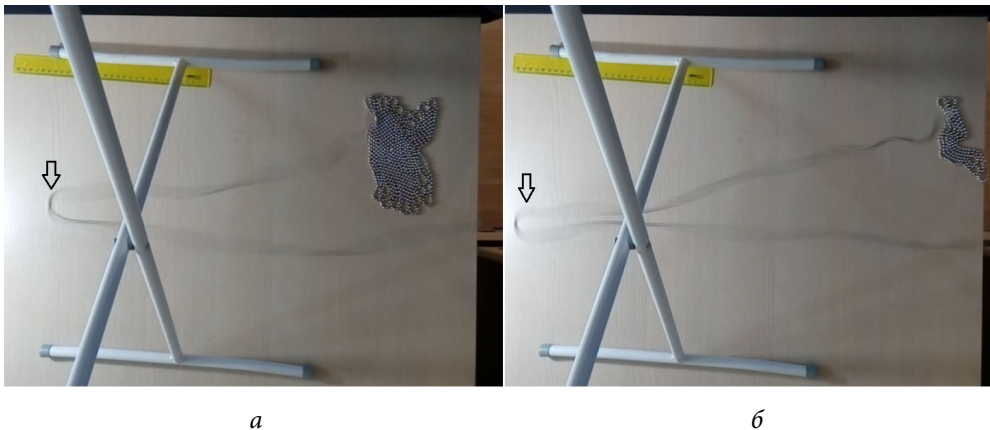


Рис. 5. Движение слоев цепи A в горизонтальной плоскости (стрелкой показан фонтан):

a — начало процесса фонтанирования; b — конец процесса фонтанирования

2.4. *Устанавливающийся процесс фонтанирования.* Для оценки динамики фонтанирования проводились измерения высоты подъема цепи каждые 2,5 с в течение опыта (рис. 6).

Процесс установившегося фонтанирования реализуется через 10...15 с после начала движения цепи. На рис. 6 величина h_2^* определяет предельное значение высоты фонтанирования, которое измерялось в разд. 2.2 (см. рис. 4).

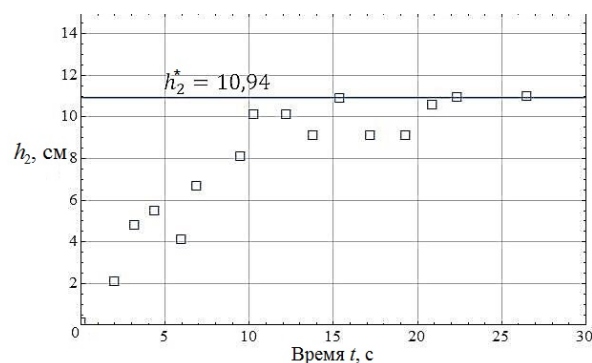


Рис. 6. График изменения высоты подъема звеньев цепи в течение времени для $h_1 = 123$ м цепи A

2.5. *Скорость движения звеньев цепи.* Определим зависимость средней скорости движения звеньев цепи от высоты тарелки h_1 . Для этого оценим полное время, за которое происходит процесс фонтанирования. Затем найдем среднюю скорость движения звеньев.

$$\langle v \rangle = \frac{l}{t},$$

где l — длина цепи, равная 23,45 м, t — полное время процесса. Полученные результаты оценок приведены на рис. 7 (данные 1).

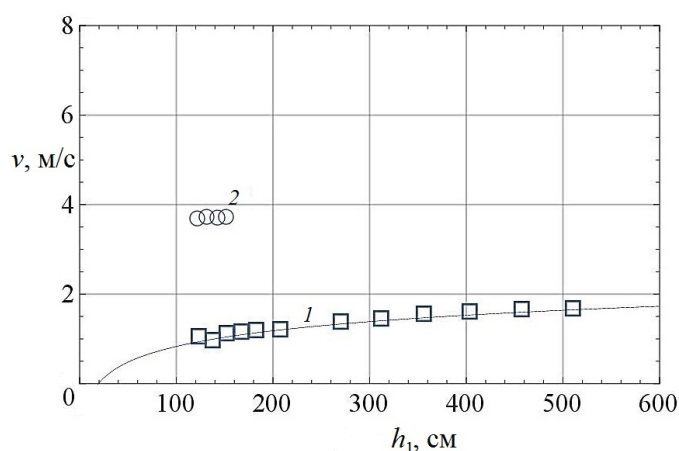


Рис. 7. Сравнение зависимости средней скорости (1) звеньев цепи и скорости (2) звеньев в установившемся процессе от высоты начального положения

Согласно [12] при установившемся процессе скорость звеньев цепи является постоянной. Экспериментально определим стационарную скорость звеньев цепи.

С помощью скоростной съемки (500 к/с) определяли скорость звеньев цепи при разных высотах начального положения h_1 . Результаты представлены на рис. 7 (данные 2) и в таблице ниже.

**Зависимость установившейся скорости звеньев цепи
от высоты начального положения цепи**

Высота h_2 , м	1,22	1,32	1,43	1,52
Установившаяся скорость, м/с	3,74	3,75	3,78	3,78

Видно, что оценка установившейся скорости почти в 2 раза превышает среднюю скорость.

2.6. *Траектория движения звеньев цепи.* Оценивалась форма траектории движения звеньев цепи при установившемся процессе.

На основе видеозаписи процесса фонтанирования вычисляли координаты точек траектории. Была выбрана аппроксимирующая функция, наиболее близкая к этим точкам.

На рис. 8 точки принадлежат траектории движения звеньев цепи при высоте чаши $h_1 = 1,5$ м, линия — график функции $y = -\alpha \cdot \text{ch}\left(\frac{x-b}{\alpha}\right) + c$, где постоянная $\alpha = 2,3$ зависит от свойств цепи; величины b, c определяются только расположением цепи относительно камеры.

По данным настоящего эксперимента не выявлена зависимость постоянной α от высоты h_1 . Для использованной цепи A параметр лежит в интервале $\alpha \in (2; 2,5)$, и его среднее значение равно $\langle \alpha \rangle = 2,2$.

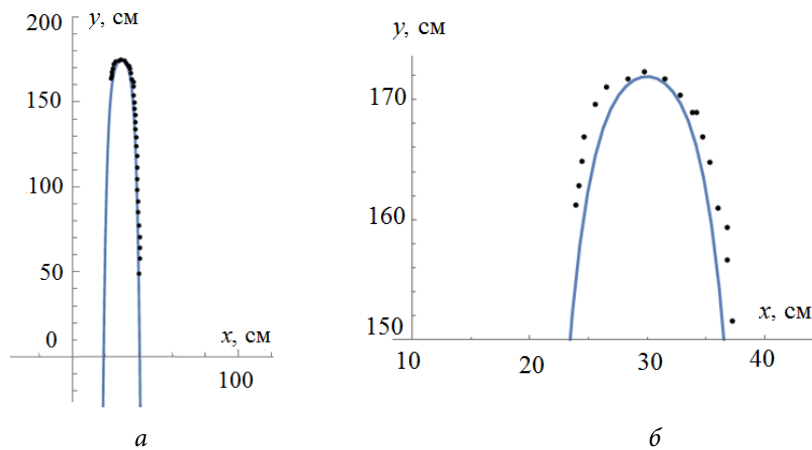


Рис. 8. Траектория звеньев цепи при установившемся процессе фонтанирования с различным масштабом (а и б)

3. Обсуждение результатов. Дадим интерпретацию полученным результатам. Попытки объяснить и проанализировать явление фонтанирования цепи предпринимались неоднократно.

Автор видео [6] на канале BBC Earth Unplugged объяснял причину возникновения явления фонтанирования шариковой цепи [7] так: цепи необходимо некоторое время и пространство для изменения направления движения на противоположное и, соответственно, для изменения скорости звеньев. Поскольку звенья цепи не могут моментально изменить свой импульс, они продолжают двигаться вверх по инерции и образуют фонтан.

Аналитические модели [11–15], предложенные для явления фонтанирования, опираются на решение задач, упомянутых во введении данной статьи, которые, в свою очередь, опираются на допущения, принятые в классической динамике цепей [2]:

1) цепь — однородная материальная линия, которая не сопротивляется изгибу и сжатию, но обладает абсолютной жесткостью при растяжении;

2) рассматриваются только такие движения, при которых движущаяся часть цепи имеет форму прямой линии;

3) находящаяся в покое часть цепи уложена таким образом, что звенья цепи присоединяются к движущейся части не одновременно, а поочередно;

4) присоединение очередного звена к движущейся части происходит ударным образом – скорость элемента мгновенно изменяется от нуля до значения скорости движущейся части цепи. Пусть ds — длина элемента цепи, ρ — линейная плотность, тогда за время dt присоединяющийся элемент приобретет количество движения $\rho v ds$. Происходит это под воздействием элементарного импульса силы N , приложенной со стороны движущейся части цепи, при этом движущаяся часть цепи на опору не действует (рис. 9):

$$dQ = \rho v ds;$$

$$\rho v ds = N dt;$$

$$N = \rho v^2;$$

5) отделение элементов от движущейся части цепи происходит также ударным образом, т. е. при достижении поверхности пола скорость звеньев мгновенно падает до нуля. Но в данном случае силы N действует между останавливающимся элементом и плоскостью; реакция плоскости, действующая на ударяющийся элемент, не передается движущейся части цепи. Это означает, что движущаяся часть цепи свободно падает — действует только сила тяжести (рис. 10).

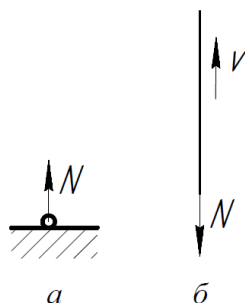


Рис. 9. Цепь, увлекаемая вверх:

a — движущаяся часть цепи на опору не действует, на очередной присоединяемый элемент цепи действует сила N со стороны движущейся части цепи; *б* — на движущуюся часть цепи действует реакция N присоединяемого элемента

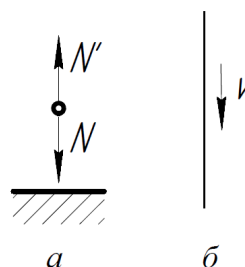


Рис. 10. Цепь, падающая вниз:

a — на опору действует сила N , передаваемая очередным останавливающимся элементом, на останавливающийся элемент действует реакция опоры N' ; *б* — на движущуюся часть цепи реакция опоры не передается

Из второго допущения следует, что явлением фонтанирования цепи при решении задач пренебрегается.

Попытаемся объяснить механизм действия импульса силы $N dt$ со стороны движущейся части цепи на неподвижное звено. Максимальное смещение одно-

го звена относительно другого в цепи A составляет $180^\circ / 6 = 30^\circ$ (здесь минимальное количество звеньев, необходимое для перегиба, равно шести). Полагая, что два соседних шарика можно представить в виде системы неподвижно соединенных тел с центром массы между ними (рис. 11, а, далее — система). Когда на один из шариков этой системы резко начинает действовать сила, направленная вверх (или под некоторым углом от вертикали) от предыдущей пары шариков (рис. 11, б), происходит вращение вокруг центра массы этой системы и второй шарик также стремится повернуться вокруг этой оси (рис. 11, в). Однако он встречает на своем пути поверхность дна емкости, в которую помещена цепь, или следующий слой цепи. В результате происходит деформация шарика, входящего в состав системы, и шарика, находящегося в следующем слое цепи (рис. 11, г). Когда первый шарик заканчивает вращение и утягивается вверх, помимо этой «движущей» вверх силы высвобождается потенциальная энергия деформации, которая переходит в кинетическую энергию системы (рис. 11, д).

Согласно третьему закону Ньютона, со стороны шарика системы на поверхность (дно стакана или слой цепи) также действует сила, чему получено экспериментальное подтверждение (разд. 2.3): при фонтанировании в горизонтальной плоскости слои цепи двигались в сторону, противоположную движению звеньев. Можно сделать вывод о том, что между поверхностью и звеньями цепи существует сила взаимодействия, хотя допущение № 4 говорит о ее отсутствии. Эта сила взаимодействия была измерена в [9].

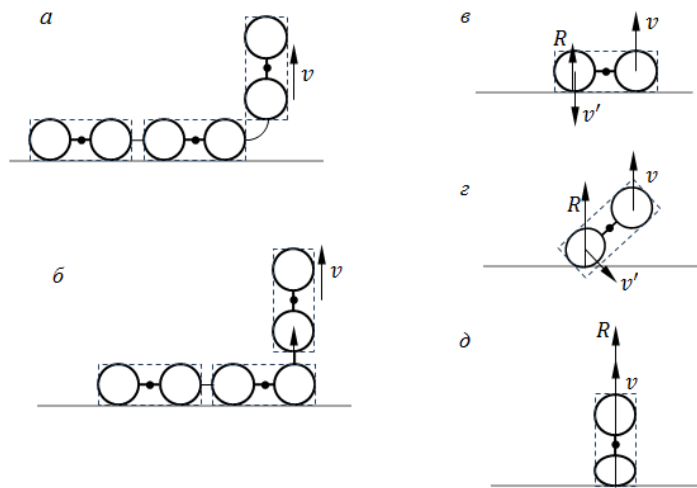


Рис. 11. Механизм выталкивания звеньев цепи силой, возникающей в результате высвобождения потенциальной энергии упругой деформации

В опыте мы убедились в том, что спустя некоторое время высота подъема звеньев цепи h_2 и скорость звеньев становятся постоянной (рис. 6, 7). При таком движении траектория также становится постоянной и имеет вид графика функции $y = -\alpha \cdot \text{ch}(x / \alpha)$. Траектория фонтанирующей цепи является перевернутой

«цепной линией» — линией, форму которой принимает тяжелая цепь с закрепленными концами в поле силы тяжести (рис. 12). В работе [11] теоретически обоснован такой вид траектории.

В разд. 2.5 мы измерили значение установившейся скорости звеньев цепи (рис. 7). Приведем теоретические зависимости, дающие результаты наиболее близкие к экспериментальным.

В [14] оценивалось влияние внешних сил на изменение количества движения звеньев цепи. Получено следующее выражение для скорости:

$$v = \sqrt{\frac{(h_1 + 2h_2)g}{2}}. \quad (1)$$

К недостатку выражения (1) относится зависимость скорости v от h_2 , которая в свою очередь тоже является функцией от h_1 .

В задаче о движении переброшенной через блок цепи [2] (рис. 13, а) и задаче Мещерского о падении цепи с верхней площадки на нижнюю [3] (рис. 13, б) получено выражение для установившейся скорости движения звеньев цепи:

$$v = \sqrt{gh_1}. \quad (2)$$

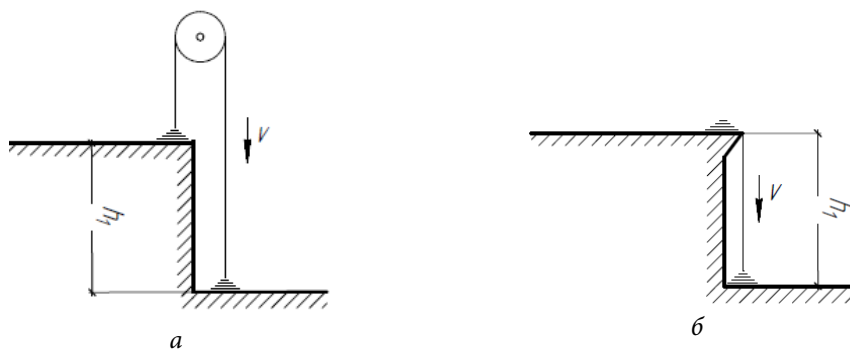


Рис. 13. Классические задачи о движении цепи: задача о цепи, переброшенной через блок, конец которой падает на пол (а); задача Мещерского о падении цепи с верхней площадки на нижнюю (б)

В решениях этих задач есть существенное различие: под внешней силой в задаче о цепи, переброшенной через блок, понимается только сила тяжести, действующая на цепь, в то время как в задаче Мещерского учитывается и реак-



Рис. 12. Цепная линия — форма, которую принимает цепь с закрепленными концами под действием силы тяжести

ция нижнего стола (рис. 10). Эта неточность в задаче о движении переброшенной через блок цепи устранена в [15]. Скорость движения звеньев найдена с использованием уравнения Лагранжа:

$$v = \sqrt{\frac{2gh_1}{2\alpha + 1}}, \alpha \in \left(0; \frac{1}{2}\right). \quad (3)$$

Вновь обратимся к допущениям. Самое первое говорит: цепь — однородная материальная линия, которая не сопротивляется изгибу и сжатию, но обладает абсолютной жесткостью при растяжении. Отметим, что так же определяется модель нерастяжимой нити. В настоящих экспериментах также наблюдалось фонтанирование шнура.

Рассмотрим движение цепи. Возьмем в цепи элемент MM_1 длиной ds и массой ρds , где ρ — линейная плотность цепи. На элемент движущейся цепи действует равнодействующая силы тяжести и силы сопротивления воздуха Fds , сила инерции $d\mathbf{J} = -\rho ds \mathbf{a}$ и в точках M и M_1 сила натяжения нити $-\mathbf{T}(s, t)$ и $\mathbf{T}(s+ds, t)$ (рис. 14).

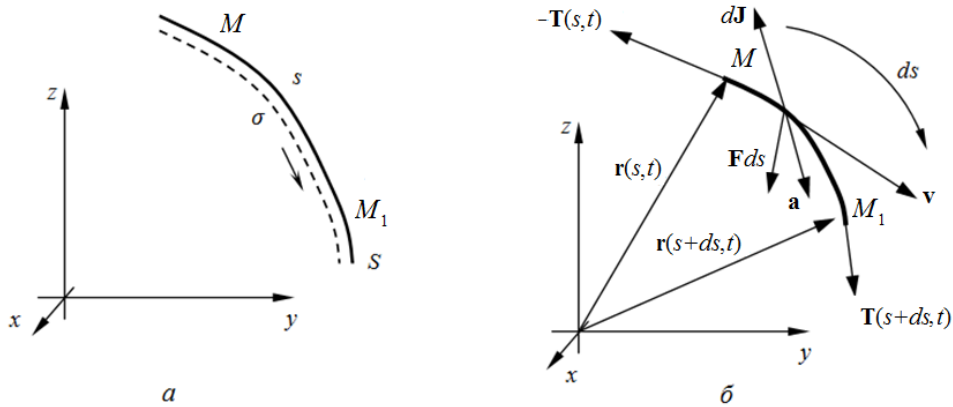


Рис. 14. Движение цепи (а) и ее элемента (б)

Запишем уравнение движения цепи по аналогии с уравнением для движения нити [16]:

$$\frac{d}{d\sigma} \left[(T - \rho v_r^2) \mathbf{e}_1 \right] + \mathbf{F} - \rho \dot{v}_r \mathbf{e}_1 - \rho \mathbf{a}_e = 0.$$

Рассмотрим период времени, когда фонтанирование цепи имеет установившийся характер. В этом случае переносное движение отсутствует, относительная скорость постоянная, а равнодействующая всех внешних сил \mathbf{F} равна нулю:

$$v_e = 0; \quad a_e = 0; \quad \dot{v}_r = 0; \quad \mathbf{F} = 0.$$

Уравнение принимает вид

$$\frac{d}{d\sigma}[(T - \rho v_r^2)\mathbf{e}_1] = 0.$$

Тогда $T - \rho v_r^2 = \text{const}$. При $v_r = 0$, фонтанирование цепи наблюдаться не будет, а значит, натяжение нити T будет равным нулю, т. е. $T - \rho v_r^2 = 0$. Тогда в любой точке цепи контурная скорость звена

$$v_r = \sqrt{\frac{T}{\rho}}.$$

На звенья цепи при установившемся процессе действует сила натяжения $T = \rho g h_1$. Итак, мы получили формулу для установившейся скорости звеньев цепи:

$$v_{\text{уст}} = v_r = \sqrt{g h_1}.$$

Для наблюдателя цепь по отношению к неподвижной системе отсчета сохраняет свое положение в пространстве, несмотря на продольное движение звеньев v_r . Похожий эффект сохранения жесткой формы возникает в нитях: если скорость продольного движения нити равна скорости поперечной волны, то прямая волна распространяется вдоль нити с удвоенной скоростью, а обратная — с нулевой, т. е. обратная волна является стоячей [16].

На рис. 15 приведены аналитические выражения для установившейся скорости звеньев цепи и данные экспериментов. Отметим, что при выводе формул (2), (3) использовались решения классических задач о движении цепи [2, 3]. Несмотря на существенные упрощения, которые использовались при решении этих задач, выражение для скорости достаточно точно согласуется с экспериментальными данными.

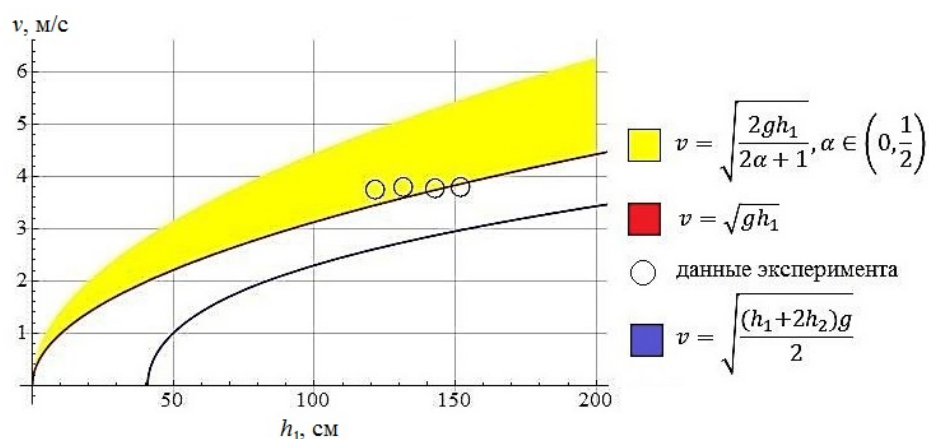


Рис. 15. Сравнение аналитических выражений для скорости установившегося фонтанирования с экспериментальными результатами

Заключение. Экспериментально исследован эффект вертикального фонтанирования цепей различного типа при варьировании начальных условий.

При ненулевой высоте начального положения цепи возникает эффект фонтанирования, параметры которого зависят от формы чаши, конфигурации цепи и вида соединения ее звеньев. Исследована динамика цепи в зависимости от вышеперечисленных факторов.

Детально рассмотрен установившийся процесс, который сопровождается явлением контурного движения цепи. Различными способами получены количественные оценки скорости такого движения. Установлено, что рассчитанные в рамках классических моделей значения скорости установившегося движения элементов цепи неплохо соответствуют данным эксперимента.

Проведено сравнение данных опыта по формированию фонтана с имеющимися аналитическими моделями.

Литература

- [1] Cayley A. On a class of dynamical problems. *Proceedings of the Royal Society of London*, 1857, vol. 8, pp. 506–511.
- [2] Пановко Я.Г. *Механика деформируемого твердого тела*. Москва, Наука, 1985, 288 с.
- [3] Мещерский И.В. *Работы по механике тел переменной массы*. Москва, ГИТТЛ, 1952, 280 с.
- [4] Колесников К.С., ред. *Курс теоретической механики*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005, 736 с.
- [5] Бухгольц Н.Н. *Основной курс теоретической механики*. Ч. 2. *Динамика системы материальных точек*. Москва, 1966, Наука, 332 с.
- [6] Self siphoning beads. URL: https://www.youtube.com/watch?v=_dQJBk1pQQ (дата обращения 01.10.2017).
- [7] Amazing bead chain experiment in slow motion. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=6ukM1d5fli0> (дата обращения 01.10.2017).
- [8] Understanding the chain fountain. URL: https://www.youtube.com/watch?v=-eEi7fO0_O0 (дата обращения 01.10.2017).
- [9] Self siphoning beads - what's the answer? URL: https://www.youtube.com/watch?v=kOSLsv47_i4 (дата обращения 02.10.2017).
- [10] Andrew Y., Kearns F., Mustafa T., Salih R., Ioratim-Uba A., Udal I., Usama M. Non-linear dependence of the height of a chain fountain on drop height. *Physics Education*, 2015, vol. 50, no. 5, pp. 564–567.
- [11] Biggins J.S. Growth and shape of a chain fountain. *A Letters Journal Exploring the Frontiers of Physics*, 2014, vol. 106, no. 4, art. 44001.
- [12] Belyaev A., Sukhanov A., Tsvetkov A. Gushing metal chain. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 2019, vol. 11, no. 1, pp. 95–100.
- [13] Biggins J.S., Warner M. Understanding the chain fountain. *Proceeding of the Royal Society*, 2014, vol. 470, no. 2163, art. 20130617.
- [14] Bhatia A. The physics of that gravity-defying chain of metal beads. URL: <https://www.wired.com/2013/07/the-physics-of-that-gravity-defying-chain-of-metal-beads/> (дата обращения 11.03.2018).

- [15] Zubelevich O. The chain fountain again. URL: <http://arxiv.org/abs/1503.06663v5> (дата обращения 01.10.2017).
- [16] Щербаков В.П. *Прикладная механика нити*. Москва, РИО МГТУ им. А.Н. Косыгина, 2001, 301 с.

Домнышев Андрей Алексеевич — студент кафедры «Металлорежущие станки», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Калиниченко Владимир Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической механики имени профессора Н.Е. Жуковского МГТУ им. Н.Э. Баумана, ведущий научный сотрудник Института проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Российская Федерация.

ON THE METAL BALLS CHAIN SPOUTING

A.A. Domnyshev

domnyshevaa@student.bmstu.ru

SPIN-code: 4142-6977

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation**Abstract**

The results of experiments on solving the classical Meshchersky problem of a flexible chain drop from the top plane to the bottom under the action of gravity are presented. The effect of vertical spouting (above the upper plane) of chains of various types has been experimentally investigated by varying the initial conditions: the initial position height, the bowl type, characteristics of the spouting plane. A comparison of the experimental data on the fountain formation with the provided analytical models has been carried out. The trajectory of the chain links movement has been investigated experimentally. The steady-state height of the spouting has been considered and the stationary speed of the chain links has been estimated. The results of the steady-state flow rate calculation are given. The assumptions adopted in the classical dynamics of chains are considered in depth, their inapplicability for the flow parameters finding is shown. It has been established that the values of the steady-state chain motion rate based on the classical models correspond to the experimental data.

Keywords

Chain, fountain, metal balls, general dynamics theorems, variable mass system, Meshchersky equation, elastic strain, standing wave

Received 06.12.2018

© Bauman Moscow State Technical University, 2018

References

- [1] Cayley A. On a class of dynamical problems. *Proceedings of the Royal Society of London*, 1857, vol. 8, pp. 506–511.
- [1] Panovko Ya.G. *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela* [Deformable solid mechanics]. Moscow, Nauka publ., 1985, 288 p.
- [2] Meshcherskiy I.V. *Raboty po mekhanike tel peremennoy massy* [Works on variable-mass body mechanics]. Moscow, GITTL publ., 1952, 280 p.
- [3] Kolesnikov K.S., ed. *Kurs teoreticheskoy mekhaniki* [Theoretical mechanics course]. Moscow, Bauman publ., 2005, 736 p.
- [4] Bukhgol'ts N.N. *Osnovnoy kurs teoreticheskoy mekhaniki. Ch. 2. Dinamika sistemy material'nykh tochk* [Core course on theoretical mechanics. Vol. 2. Mechanics of material points system]. Moscow, Nauka publ., 1966, 332 p.
- [5] Self siphoning beads. Available at: https://www.youtube.com/watch?v=_dQJBBkIpQQ (accessed 01 October 2017).
- [6] Amazing bead chain experiment in slow motion. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=6ukMId5fIi0> (accessed 01 October 2017).
- [7] Understanding the chain fountain. Available at: https://www.youtube.com/watch?v=-eEi7fO0_O0 (accessed 01 October 2017).

- [8] Self siphoning beads - what's the answer? Available at: https://www.youtube.com/watch?v=kOSLsv47_i4 (accessed 02 October 2017).
- [9] Andrew Y., Kearns F., Mustafa T., Salih R., Ioratim-Uba A., Udal I., Usama M. Non-linear dependence of the height of a chain fountain on drop height. *Physics Education*, 2015, vol. 50, no. 5, pp. 564–567.
- [10] Biggins J.S. Growth and shape of a chain fountain. *A Letters Journal Exploring the Frontiers of Physics*, 2014, vol. 106, no. 4, art. 44001.
- [11] Belyaev A., Sukhanov A., Tsvetkov A. Gushing metal chain. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 2019, vol. 11, no. 1, pp. 95–100.
- [12] Biggins J.S., Warner M. Understanding the chain fountain. *Proceeding of the Royal Society*, 2014, vol. 470, no. 2163, art. 20130617.
- [13] Bhatia A. The physics of that gravity-defying chain of metal beads. Available at: <https://www.wired.com/2013/07/the-physics-of-that-gravity-defying-chain-of-metal-beads/> (accessed 11.03.2018).
- [14] Zubelevich O. The chain fountain again. Available at: <http://arxiv.org/abs/1503.06663v5> (accessed 01 October 2017).
- [15] Shcherbakov V.P. *Prikladnaya mekhanika niti* [Applied string mechanics]. Moscow, RIO MGTU im. A.N. Kosygina publ., 2001, 301 p.

Domnyshev A.A. — student, Department of Machine Tools, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — V.A. Kalinichenko, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor of Theoretical Mechanics Department (Bauman Moscow State Technical University), Leading Researcher at the A. Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russian Federation.