

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ГРУППЫ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВ

Г.И. Тедеев

tedeevgi@student.bmstu.ru

SPIN-код: 8292-2839

А.Л. Масленников

amas@bmstu.ru

SPIN-код: 7087-6303

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Глобальные навигационные спутниковые системы активно используются в наши дни для определения местоположения объекта на поверхности Земли. Навигационная информация, получаемая конечным потребителем, может иметь большую погрешность, которая обусловлена физическими основами функционирования спутниковых навигационных систем. Для повышения точности выходной навигационной информации используются различные алгоритмические решения, отладка которых требует моделирования измерений, получаемых от глобальных спутниковых навигационных систем, что, в свою очередь, требует моделирования движения группы навигационных спутников на орбите. В данной работе рассматривается задача моделирования группы навигационных спутников на примере спутников системы GPS. Движение спутников считается пассивным и невозмущенным. Для решения задачи моделирования разработано программное обеспечение в среде MathWorks MATLAB с пользовательским интерфейсом, предназначенным для настройки процесса моделирования и отображения полученных результатов.

Ключевые слова

Математическое моделирование, математическая модель, спутник, невозмущенное движение, глобальная навигационная спутниковая система, GPS, навигационные спутники, численные методы решения задачи Коши, метод Рунге-Кутты

Поступила в редакцию 18.10.2019

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019

Введение. Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) на сегодняшний день активно используются для определения координат местоположения объекта на поверхности Земли или в задачах управления стыковкой космических аппаратов (КА) на орбите [1, 2]. Помимо этого активно идет изучение вопроса о создании систем спутниковой навигации на Луне [3]. Однако навигационная информация от ГНСС может быть получена конечным потребителем с большой погрешностью, что обусловлено спецификой прохождения радиосигналов через атмосферу Земли, а также наличием помех от городской застройки [4]. Для преодоления этих сложностей активно ведутся научные работы по всему миру. Как правило, наилучших результатов удается достичь

с помощью применения различных алгоритмов обработки навигационной информации и/или ее комплексирования с другими источниками навигационной информации [5–8].

Для отладки различных алгоритмов или схем комплексирования необходимо моделировать измерения ГНСС, что требует математического моделирования движения группы навигационных спутников. В данной работе рассмотрена задача математического моделирования движения группы навигационных спутников на примере американской системы GPS, состоящей из 32 спутников. Движение спутников рассматривается как пассивное и невозмущенное. Результаты моделирования представлены с использованием программы, реализованной в среде научных вычислений MathWorks MATLAB.

Математическая модель движения одного спутника. В общем случае пространственное движение по орбите спутника в геоцентрической инерциальной системе координат описывается системой из трех дифференциальных уравнений второго порядка, полученных с использованием второго закона Ньютона [9]. В качестве внешних сил на спутник в общем случае действуют: сила притяжения Земли F_0 , силы притяжения небесных тел F_{Ti} , сила F_1 , вызванная нецентральностью сил тяготения Земли, аэродинамическая сила F_2 (при движении в атмосфере), сила тяги двигательной установки F_3 , а также некоторые другие силы, суммарное действие которых обозначим F_4 [9]:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -F_{0x} - \sum_{i=1}^n F_{Tix} + F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}; \\ m\ddot{y} = -F_{0y} - \sum_{i=1}^n F_{Tiy} + F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y}; \\ m\ddot{z} = -F_{0z} - \sum_{i=1}^n F_{Tiz} + F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + F_{4z}. \end{cases} \quad (1)$$

Рассмотрим пассивное и невозмущенное движение спутника, т. е. движение при отсутствии тяги двигательной установки и при отсутствии внешних сил. В этом случае на спутник действует только сила притяжения Земли, определяемая согласно Закону всемирного тяготения следующим образом:

$$F_0 = \mu \frac{m}{r^2},$$

где $\mu = GM$ — гравитационный параметр Земли; G — постоянная тяготения; M — масса Земли; m — масса космического аппарата; r — расстояние от КА до центра Земли.

Система уравнений (1) в этом случае будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -F_{0x}; \\ m\ddot{y} = -F_{0y}; \\ m\ddot{z} = -F_{0z}, \end{cases} \quad (2)$$

где проекции силы притяжения Земли могут быть рассчитаны как

$$\begin{aligned} F_{0x} &= G \frac{Mm}{r^2} \frac{x}{r}; \\ F_{0y} &= G \frac{Mm}{r^2} \frac{y}{r}; \\ F_{0z} &= G \frac{Mm}{r^2} \frac{z}{r}. \end{aligned}$$

Здесь $\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}$ — направляющие косинусы. В результате систему уравнений (2) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{cases} \ddot{x} - \mu \frac{x}{r^3} = 0; \\ \ddot{y} - \mu \frac{y}{r^3} = 0; \\ \ddot{z} - \mu \frac{z}{r^3} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Для численного моделирования системы (3) необходимо получить описание системы в форме Коши. Для этого выполним следующую замену переменных:

$$\mathfrak{Q} = \begin{bmatrix} \mathfrak{Q}_1 = x \\ \mathfrak{Q}_2 = y \\ \mathfrak{Q}_3 = z \\ \mathfrak{Q}_4 = \dot{x} \\ \mathfrak{Q}_5 = \dot{y} \\ \mathfrak{Q}_6 = \dot{z} \end{bmatrix},$$

где \mathfrak{Q} — вектор состояния системы. С таким вектором состояния динамика системы в форме Коши описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{\mathfrak{Q}}_1 = \mathfrak{Q}_4; \\ \dot{\mathfrak{Q}}_2 = \mathfrak{Q}_5; \\ \dot{\mathfrak{Q}}_3 = \mathfrak{Q}_6; \\ \dot{\mathfrak{Q}}_4 = \mu \frac{x}{r^3}; \\ \dot{\mathfrak{Q}}_5 = \mu \frac{y}{r^3}; \\ \dot{\mathfrak{Q}}_6 = \mu \frac{z}{r^3}. \end{cases}$$

Численное решение задачи Коши можно получить, например, с использованием численного метода Рунге-Кутты 4-го порядка [10, 11].

Моделирование движения группы навигационных спутников. Для отладки алгоритмов обработки навигационной информации необходимо моделировать измерения ГНСС, а для этого нужно моделировать движение нескольких спутников вплоть до всей орбитальной группы. Эта задача может быть решена с помощью двух подходов, различающихся механизмом формирования описанного выше вектора состояния:

а) в описании системы в форме Коши формируется большой вектор состояния для всех спутников моделируемой группы (например, для 32 спутников GPS размер вектора состояния составит $32 \cdot 6 = 192$ переменных);

б) вектор состояния формируется отдельно на каждый спутник, и задача Коши численно решается отдельно для каждого спутника (для каждого дискретного момента времени), а результат сохраняется в некоторой матрице решений.

Второй подход более удобен и эффективен, поскольку позволяет сократить объем передаваемых между функциями данных, а также позволяет легко исключать или добавлять в процесс моделирования спутники (например, при отказе каких-либо спутников из группировки) или другие объекты на орбите (например, МКС, космический мусор [12] и т. п.).

Программа для моделирования. Математическое моделирование группы спутников глобальной навигационной спутниковой системы GPS было реализовано в MathWorks MATLAB, для чего было разработано GUI приложение, внешний вид которого представлен на рис. 1.

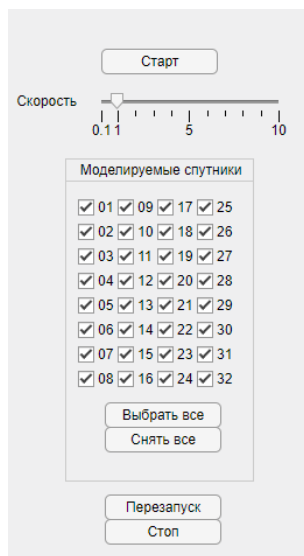


Рис. 1. Пользовательский интерфейс программы

В программе реализованы следующие функции:

- моделирование группы спутников GPS на основе заданных начальных условий и построение орбит их движения;
- выбор моделируемых спутников по их номеру;
- регулирование скорости моделирования (масштаб по времени);
- возможность приостановить и продолжить моделирование;
- возможность сбросить текущие результаты моделирования и вернуться к исходным начальным условиям.

В качестве начальных условий были использованы данные о группе спутников GPS, полученные с помощью модуля «Навигация GPS/ГЛОНАСС/GALILEO» на базе модуля GL8088s [13]. Результаты моделирования для всей группы из 32 спутников на интервале времени, составляющем несколько часов, представлены на рис. 2, а, а для четырех спутников, но за период, равный одним суткам, — на рис. 2, б.

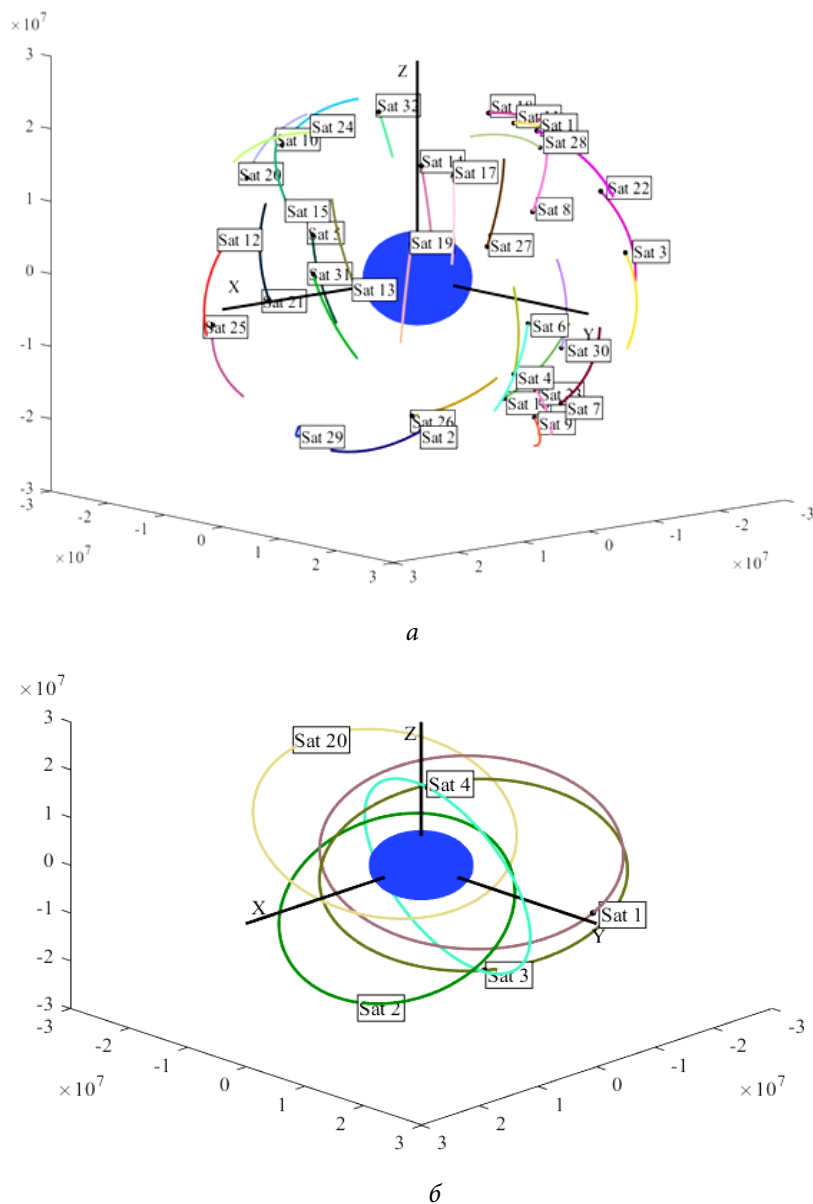


Рис. 2. Результаты моделирования:

a — всей группы спутников; *b* — четырех спутников за сутки

Заключение. В статье рассмотрена задача моделирования невозмущенного движения одного и группы навигационных спутников, на примере системы GPS. Моделирование реализовано в среде MathWorks MATLAB численным методом решения задачи Коши отдельно для каждого спутника для каждого дискретного момента времени. Разработанное программное обеспечение позволяет реализовать относительно простой механизм управления процессом моделирования.

Литература

- [1] Микрин Е.А., Михайлов М.В. Навигация космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017.
- [2] Микрин Е.А., Михайлов М.В. Ориентация, выведение, сближение и спуск космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017.
- [3] Микрин Е.А., Михайлов М.В., Орловский И.В. и др. Спутниковая навигация окололунных космических аппаратов и объектов на поверхности Луны. *Гироскопия и навигация*, 2019, № 1, с. 22–31.
- [4] Яценков В.С. Основы спутниковой навигации. Системы GPS NAVSTAR и GLONASS. М., Горячая линия-Телеком, 2005.
- [5] Масленников А.Л., Цыганкова И.С. Комплексирование фактической и прогнозируемой навигационной информации ГНСС. *JARITS*, 2019, № 14, с. 130–135. DOI: 10.26160/2474-5901-2019-14-130-135 URL: <http://srcms.ru/jarits/14/14-2-07.html>
- [6] Неусыпин К.А., Пролетарская В.А., Алексеева Е.Ю. Алгоритмические методы коррекции навигационных систем летательных аппаратов. *Инженерный вестник*, 2013, № 3. URL: <http://engsi.ru/doc/547962.html>
- [7] Neusyypin K.A., Selezneva M.S., Proletarsky A.V., et al. Algorithm for building models of INS/GNSS integrated navigation system using the degree of identifiability. *Proc. 25th St. Petersburg ICINS 2018*, 2018, pp. 1–5.
- [8] Клычников В.В., Селезнева М.С., Неусыпин К.А. и др. Использование федерального фильтра Калмана для коррекции навигационных систем летательных аппаратов. *Автоматизация. Современные технологии*, 2018, т. 72, № 9, с. 428–432.
- [9] Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016.
- [10] Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы. М., ИД МЭИ, 2008.
- [11] Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М., БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012.
- [12] Назаренко А.И. Моделирование космического мусора. М., ИКИ РАН, 2013.
- [13] ООО «НАВИА»: веб-сайт компании. URL: <http://naviawireless.ru/> (дата обращения: 18.07.2019).

Тедеев Георгий Игоревич — студент кафедры «Системы автоматического управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Масленников Андрей Леонидович — ассистент кафедры «Системы автоматического управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Тедеев Г.И., Масленников А.Л. Моделирование невозмущенного движения группы навигационных спутников. *Политехнический молодежный журнал*, 2019, № 11(40). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2019-11-551>

UNPERTURBED MOTION SIMULATION OF THE NAVIGATION SATELLITE CONSTELLATION

G.I. Tedeev

tedeevgi@student.bmstu.ru

SPIN-code: 8292-2839

A.L. Maslennikov

amas@bmstu.ru

SPIN-code: 7087-6303

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

Nowadays, global navigation satellite systems are widely used to determine location of different objects. However, the end-user navigation data may suffer from huge errors, that are caused by the essential physical basics of GNSS functioning. In order to increase accuracy of the navigational data different algorithmic solutions could be applied. However, modeling of GNSS radio signals and satellites dynamics is required for testing and verification of such algorithms. In this paper the modeling of navigation satellite constellation is described. Satellites motion is considered to be unperturbed and passive. Simulation results are provided via special software with GUI written in MathWorks MATLAB.

Keywords

Simulation, mathematical model, satellites, satellite constellation, unperturbed motion, global navigation satellite system, GPS, navigation satellites, ODE solving, numerical methods, Runge-Kutta methods

Received 18.10.2019

© Bauman Moscow State Technical University, 2019

References

- [1] Mikrin E.A., Mikhaylov M.V. Navigatsiya kosmicheskikh apparatov po izmereniyam ot global'nykh sputnikovykh navigatsionnykh system [Spacecraft navigation using measurements from global satellite navigation systems]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2017 (in Russ.).
- [2] Mikrin E.A., Mikhaylov M.V. Orientatsiya, vyvedenie, sblizhenie i spusk kosmicheskikh apparatov po izmereniyam ot global'nykh sputnikovykh navigatsionnykh system [Orientation, guidance, rendezvous and launch of spacecraft using measurements from global satellite navigation systems]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2017 (in Russ.).
- [3] Mikrin E.A., Mikhaylov M.V., Orlovskiy I.V., et al. Satellite navigation of lunar orbiting spacecraft and objects on the lunar surface. *Giroskopiya i navigatsiya*, 2019, no. 1, pp. 22–31 (in Russ.).
- [4] Yatsenkov V.S. Osnovy sputnikovoy navigatsii. Sistemy GPS NAVSTAR i GLONASS [Foundations of satellite navigation. GPS NAVSTAR and GLONASS systems]. Moscow, Goryachaya liniya-Telekom Publ., 2005 (in Russ.).
- [5] Maslennikov A.L., Tsygankova I.S. Integration of actual and predicted GNSS data. *JARITS*, 2019, no. 14, pp. 130–135. DOI: 10.26160/2474-5901-2019-14-130-135 URL: <http://srcms.ru/jarits/14/14-2-07.html> (in Russ.).
- [6] Neusypin K.A., Proletarskaya V.A., Alekseeva E.Yu. Algorithmic methods for correction of aircraft navigation systems. *Inzhenernyy vestnik* [Engineering Bulletin], 2013, no. 3. URL: <http://engsi.ru/doc/547962.html> (in Russ.).

- [7] Neusypin K.A., Selezneva M.S., Proletarsky A.V., et al. Algorithm for building models of INS/GNSS integrated navigation system using the degree of identifiability. *Proc. 25th St. Petersburg ICINS 2018*, 2018, pp. 1–5.
- [8] Klychnikov V.V., Selezneva M.S., Neusypin K.A., et al. Using the federal Kalman filter to correct aircraft navigation systems. *Avtomatizatsiya. Sovremennye tekhnologii*, 2018, vol. 72, no. 9, pp. 428–432 (in Russ.).
- [9] Ivanov N.M., Lysenko L.N. *Ballistika i navigatsiya kosmicheskikh apparatov* [Ballistics and navigation of aircraft]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2016 (in Russ.).
- [10] Amosov A.A., Dubinskiy Yu.A., Kopchenova N.V. *Vychislitel'nye metody* [Computational methods]. Moscow, ID MEI Publ., 2008 (in Russ.).
- [11] Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobel'kov G.M. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy Publ., 2012 (in Russ.).
- [12] Nazarenko A.I. *Modelirovanie kosmicheskogo musora* [Modelling of space debris]. Moscow, IKI RAS Publ., 2013 (in Russ.).
- [13] OOO “NAVIA”: company website (in Russ.). URL: <http://naviawireless.ru/> (accessed: 18.07.2019).

Tedeev G.I. — Student, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Maslennikov A.L. — Teaching Assistant, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Please cite this article in English as:

Tedeev G.I., Maslennikov A.L. Unperturbed motion simulation of the navigation satellite constellation. *Politekhnichestkiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical student journal], 2019, no. 11(40). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2019-11-551.html> (in Russ.).