

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИВОДА НА ОСНОВЕ НИЗКОБОРОТИСТОГО БЕСКОЛЛЕКТОРНОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

Д.А. Прошутинский

proshutinsky@bmstu.ru

SPIN-код: 8640-3371

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

### Аннотация

В большинстве стабилизирующих подвесов и стедикамов используются низкооборотистые бесколлекторные двигатели, в англоязычной терминологии — *gimbal motor*. В рамках данной работы ставится задача определения неизвестных параметров подобного двигателя, получения его математической модели и модели привода на его основе, оснащенного магниторезистивным датчиком абсолютного положения. Полученная модель проанализирована в пакете MATLAB Simulink. Проведена верификация модели по данным, полученным с экспериментального стенда. Сравнение логарифмической амплитудно-частотной характеристики и реакции привода на единичное ступенчатое воздействие, полученных в пакете Simulink и на экспериментальном стенде, позволяет сделать вывод о минимальной ошибке модели и ее пригодности для дальнейшего использования: изменения с учетом нагрузки и синтеза корректирующих устройств.

### Ключевые слова

Верификация модели, математическое моделирование, низкооборотистый бесколлекторный двигатель, система управления, стабилизирующий подвес, стедикам, трехфазный двигатель, MATLAB, Simulink

Поступила в редакцию 17.04.2020

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020

**Введение.** Низкооборотистые бесколлекторные двигатели предназначены для работы в статичном положении. Их обмотки, соединенные звездой, содержат большое количество витков тонкого проводника, поэтому через них протекает небольшой ток, что не приводит к перегреву двигателя в статичном положении. Как правило, подобные двигатели не оснащаются датчиками Холла, а получение информации с использованием ЭДС свободной фазы [1] невозможно из-за низкой скорости вращения. Поэтому часто такие двигатели либо оснащают дополнительными датчиками абсолютного положения [2], либо используют вообще без датчиков. В данном случае предполагается использовать двигатель совместно с магниторезистивным датчиком абсолютного положения (рис. 1).



**Рис. 1.** Двигатель iPower GBM6212H-150T и плата датчика абсолютного положения ротора

В рамках данной работы ставится задача построения математической модели подобного привода и последующая ее верификация по данным, полученным с экспериментального стенда.

**Определение параметров электродвигателя.** Параметры рассматриваемого электродвигателя представлены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры электродвигателя iPower GBM6212H-150T

Параметр	Значение	Единица измерения
Масса	247	г
Число обмоток статора	24	–
Число полюсов ротора	22	–
Сопротивление	7,6	Ом
Напряжение	11,1	В
Индуктивность	4,25	Гн
Момент инерции ротора	$90 \cdot 10^{-6}$	кг · м <sup>2</sup>

Для получения математической модели привода кроме известных паспортных данных необходимо также определить постоянную  $K_\omega$ , В · с / рад, и постоянную  $K_M$ , Н · м / А.

Для определения постоянной  $K_\omega$  рассмотрим статический режим работы двигателя [3]. Электрические процессы в двигателе описываются уравнением

$$U_{\text{пит}} = L \frac{dI}{dt} + IR + \varepsilon, \quad (1)$$

где  $U_{\text{пит}}$  — номинальное напряжение питания;  $L$  — индуктивность якоря, Гн;  $I$  — ток якоря, А;  $R$  — сопротивление якоря, Ом;  $\varepsilon$  — противоЭДС, В.

В статическом режиме работы изменение тока равно нулю:

$$\frac{dI}{dt} = 0. \quad (2)$$

Зависимость между скоростью вращения двигателя и противоЭДС:

$$\varepsilon = K_\omega \omega, \quad (3)$$

где  $K_\omega$  — конструктивная постоянная, В · с/рад;  $\omega$  — скорость вращения двигателя, рад/с.

Зависимость между током двигателя и моментом:

$$M = K_M I, \quad (4)$$

где  $K_M$  — конструктивная постоянная, Н · м/А.

Используя зависимости (1) – (3), получаем следующее соотношение:

$$K_\omega = \frac{U_{\text{пит}} - IR}{\omega},$$

где  $R$  — сопротивление двух обмоток.

Для определения неизвестной конструктивной постоянной  $K_\omega$  проведен эксперимент с вращением двигателя без нагрузки с постоянной скоростью. В ходе эксперимента получены следующие значения:

- время одного оборота 487 мс;
- ток через двигатель 0,285 А;
- напряжение питания 11,879 В.

Преобразуем полученные значения. По времени одного оборота ротора двигателя рассчитаем скорость вращения:  $\omega = 123,2 \text{ об/мин} = 12,9 \text{ рад/с}$ .

Рассчитаем напряжение питания двигателя с учетом использования бутстрепного метода управления ключами драйвера [4]:  $U = 11,31 \text{ В}$  (принимаем 95%-ный коэффициент заполнения ШИМ).

В результате получаем  $K_\omega = 0,541 \text{ В} \cdot \text{с/рад}$ .

Для определения неизвестной конструктивной постоянной  $K_M$  необходимо воспользоваться следующими соотношениями для мощности:

$$N_{\text{потр}} = UI;$$

$$N_{\text{полезн}} = M\omega;$$

$$N_{\text{полезн}} = N_{\text{потр}} \eta.$$

Примем КПД  $\eta = 80 \%$  исходя из известных параметров КПД аналогичных двигателей. Определим развиваемый двигателем момент по данным, полученным в прошлом эксперименте:

$$M = UI \frac{\eta}{\omega} = 0,2 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Поскольку зависимость между током и моментом имеет вид (4), в результате получаем  $K_M = 0,7 \text{ Н} \cdot \text{м/А}$ .

**Построение модели электродвигателя.** Для упрощения расчетов при построении математической модели низкооборотистого двигателя:

- 1) пренебрегаем зависимостью величины индуктивности обмоток статора от угла поворота ротора;
- 2) пренебрегаем взаимной индукцией между обмотками статора [5];
- 3) полагаем, что противоЭДС имеет идеальный синусоидальный вид.

Выражения, описывающие электрические процессы в двигателе, имеют следующий вид [6, 7]:

$$U_A = L \frac{dI_A}{dt} + I_A R + \varepsilon_A;$$

$$U_B = L \frac{dI_B}{dt} + I_B R + \varepsilon_B;$$

$$U_C = L \frac{dI_C}{dt} + I_C R + \varepsilon_C,$$

где  $U_X$  — напряжение фазы  $X$  ( $X = A, B, C$ ), В;  $L$  — индуктивность одной фазы, Гн;  $I_X$  — ток фазы  $X$ , А;  $R$  — сопротивление одной фазы, Ом;  $\varepsilon_X$  — противоЭДС фазы  $X$ , В.

Зависимости между скоростью вращения двигателя и противоЭДС каждой фазы:

$$\begin{aligned}\varepsilon_A &= K_\omega \omega F(\alpha); \\ \varepsilon_B &= K_\omega \omega F(\alpha - 120^\circ); \\ \varepsilon_C &= K_\omega \omega F(\alpha + 120^\circ),\end{aligned}$$

где  $K_\omega$  — конструктивная постоянная, В · с/рад;  $\omega$  — скорость вращения двигателя, рад/с;  $F(\alpha)$  — синусоидальная зависимость противоЭДС и момента от углового положения ротора двигателя;  $\alpha$  — электрический угол, град.

Зависимости, связывающие момент двигателя и ток каждой фазы:

$$\begin{aligned}M_A &= K_M I_A F(\alpha); \\ M_B &= K_M I_B F(\alpha - 120^\circ); \\ M_C &= K_M I_C F(\alpha + 120^\circ); \\ M &= M_A + M_B + M_C,\end{aligned}$$

где  $M_X$  — момент, создаваемый фазой  $X$  ( $X = A, B, C$ ), Н · м;  $K_M$  — конструктивная постоянная, Н · м/А;  $M$  — суммарный момент, создаваемый двигателем, Н · м.

Связь между механическим и электрическим углами описывается следующим выражением:

$$\alpha_M = \alpha \frac{P}{2},$$

где  $\alpha_M$  — механический угол, градусы;  $P$  — число полюсов ротора двигателя.

В соответствии с вышеперечисленными зависимостями переходим к построению модели в пакете Simulink [8] (рис. 2).

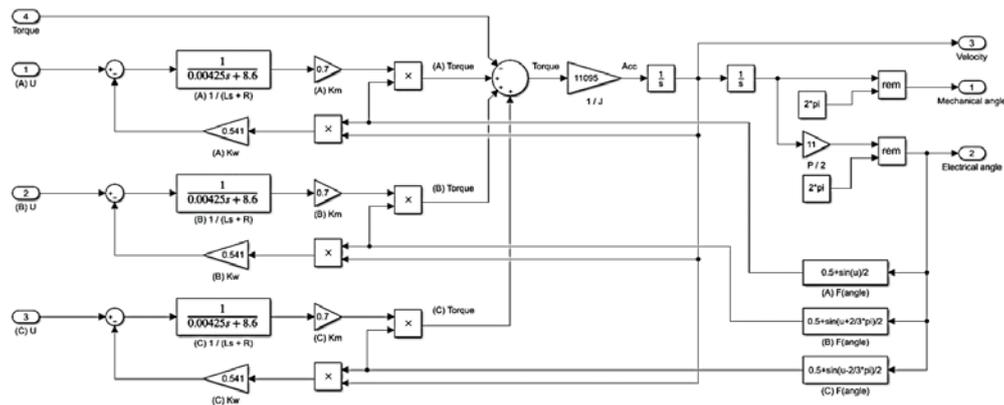


Рис. 2. Субмодель электродвигателя

**Построение модели привода с датчиком абсолютного положения ротора.**

Реализованный алгоритм управления бесколлекторным электродвигателем с использованием датчика абсолютного положения [9] заключается в смещении магнитного поля статора на  $90^\circ$  относительно магнитного поля ротора для достижения наибольшего момента [10]. В данном случае это достигается за счет

изменения напряжений на обмотках электродвигателя в зависимости от положения ротора. Модель привода, в которой используется данный алгоритм управления, представлена на рис. 3.

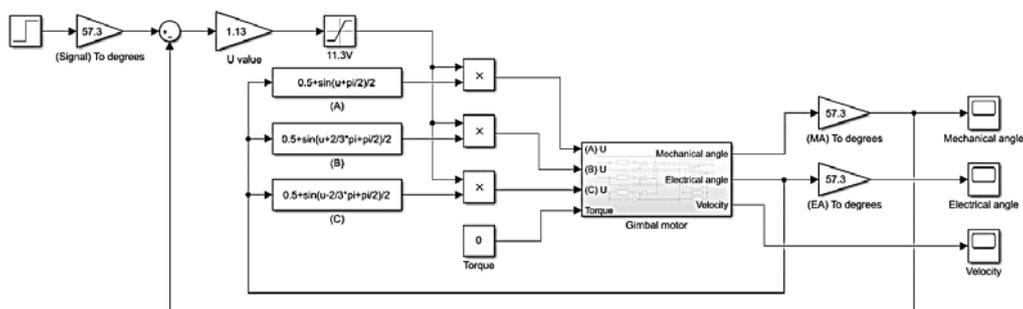


Рис. 3. Модель привода

Результаты моделирования показаны на рис. 4 и 5.

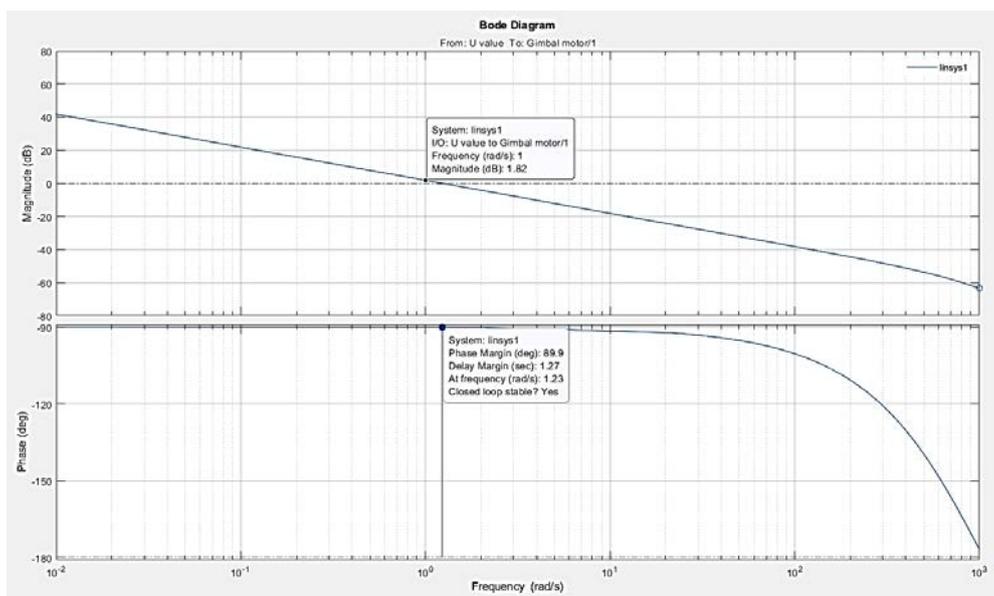


Рис. 4. Результат моделирования (Bode)

По результатам моделирования определяем следующие параметры:

- коэффициент усиления на единичной частоте 1,82 дБ;
- частота среза 1,3 рад/с;
- время переходного процесса 72 мс.

**Экспериментальное определение характеристик реального привода.** Для построения логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ) и реакции системы на ступенчатое воздействие необходимо провести набор экспериментов с реальным приводом (рис. 6). Данные, необходимые для построения ЛАЧХ, представлены в табл. 2.

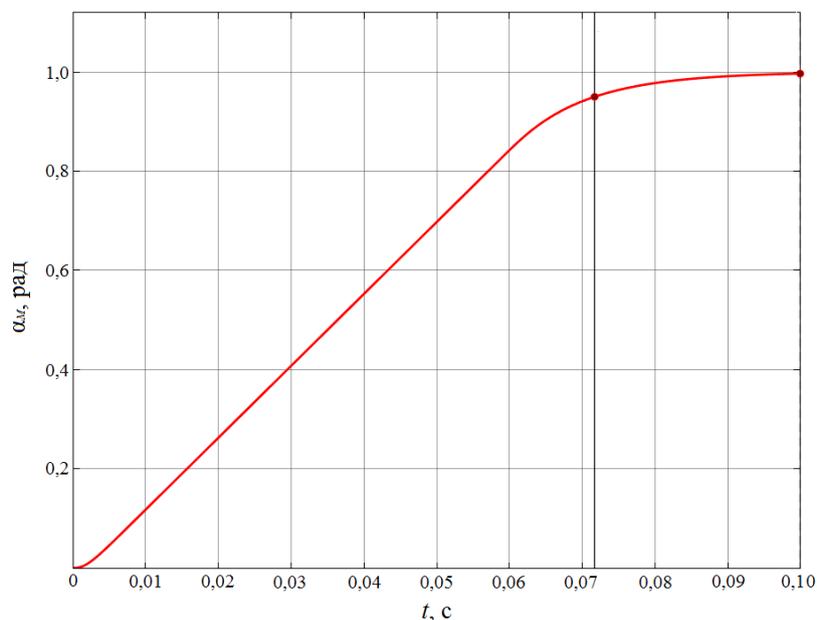


Рис. 5. Результат моделирования (Step).

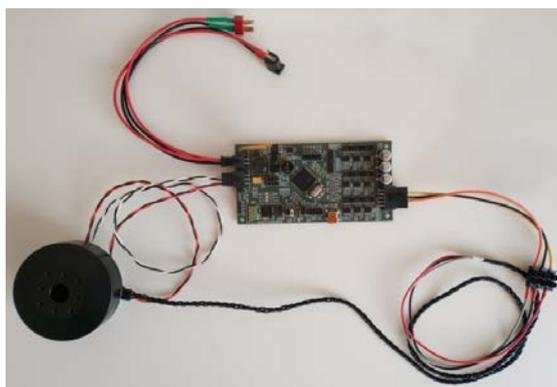


Рис. 6. Экспериментальный стенд для снятия характеристик привода

Таблица 2

Экспериментальные данные, необходимые для построения ЛАЧХ

Частота входного сигнала, Гц	Частота входного сигнала, рад/с	Размах выходного сигнала, $\times 0,1$ град	Размах выходного сигнала, рад	Коэффициент усиления	$20\lg(k)$
0,1	0,628 319	23 837	41,603 410	1,840 859	5,300
0,2	1,256 637	12 630	22,043 510	0,975 376	-0,217
0,5	3,141 593	5 117	8,930 850	0,395 170	-8,064
1,0	6,283 185	2 545	4,441 863	0,196 543	-14,130
2,0	12,566 370	1 210	2,111 848	0,093 445	-20,590
5,0	31,415 930	472	0,823 795	0,036 451	-28,770
10	62,831 850	249	0,434 587	0,019 230	-34,320
50	314,159 300	41	0,071 558	0,003 166	-49,980
100	628,318 500	24	0,041 888	0,001 853	-54,640

В ходе эксперимента размах входного сигнала был постоянным и составлял 22,6 В. Полученные экспериментальные зависимости представлены на рис. 7 и 8.

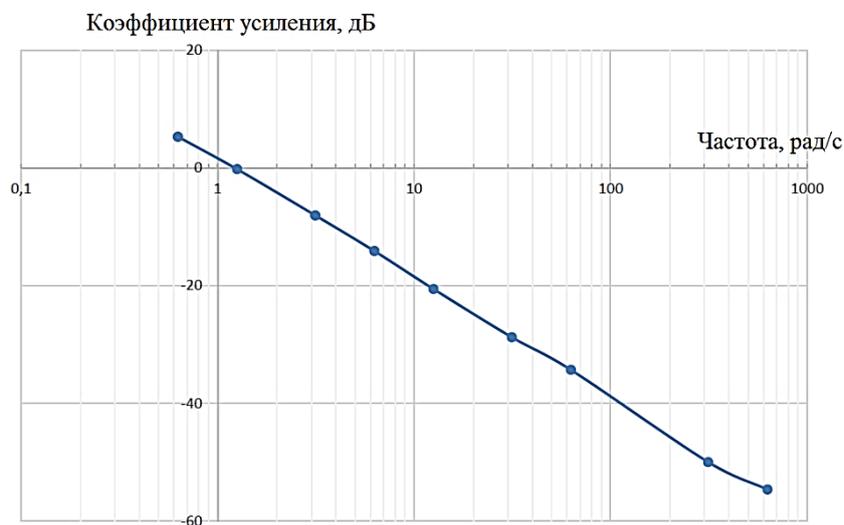


Рис. 7. Полученная в ходе эксперимента ЛАЧХ

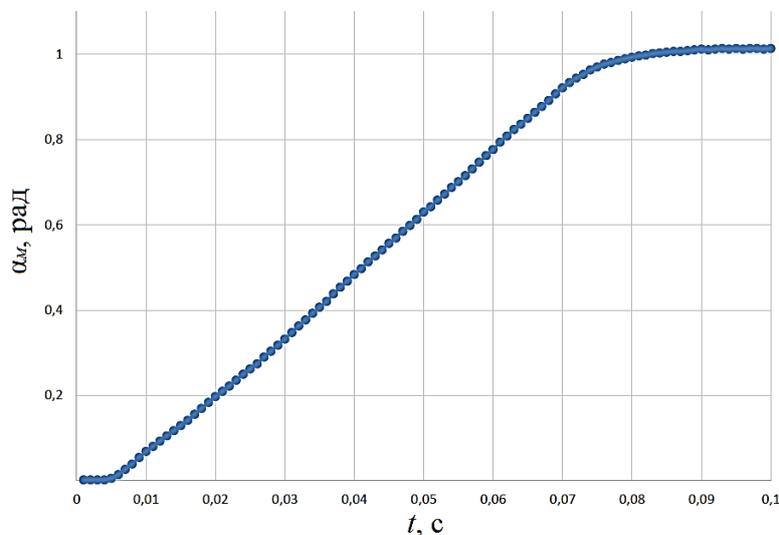


Рис. 8. Полученная в ходе эксперимента реакция на ступенчатое воздействие

По результатам эксперимента определяем следующие параметры:

- коэффициент усиления на единичной частоте 1,7 дБ;
- частота среза 1,3 рад/с;
- время переходного процесса 73 мс.

**Заключение.** Из сравнения графиков полученных моделей и реального привода можно сделать вывод о минимальной погрешности моделирования: были получены практически идентичные значения коэффициента усиления на еди-

ничной частоте, частоты среза и времени переходного процесса реакции на ступенчатое воздействие. Принимая во внимание достаточно приближенное определение некоторых параметров электродвигателя (постоянные  $K_{\omega}$  и  $K_M$ ), можно считать полученные математические модели пригодными для дальнейшего использования. В первую очередь они будут востребованы при синтезе корректирующих устройств, необходимость в которых появится при построении на базе привода следящей системы автоматического управления.

### Литература

- [1] Shao J. Direct back EMF detection method for sensorless brushless DC (BLDC). Virginia Polytechnic Institute, 2003.
- [2] Доманов В.И., Доманов А.В. Разработка и исследование систем электропривода с вентильными двигателями. Ульяновск, УлГТУ, 2015.
- [3] Хрущев В.В. Электрические машины систем автоматики. Л., Энергоатомиздат, 1985.
- [4] Семенов Б.Ю. Силовая электроника. М., Солон-Пресс, 2011.
- [5] Попов В.С., Николаев С.А. Общая электротехника с основами электроники, М., Энергия, 1972.
- [6] Tashakori A., Ektesabi Moscow, Hosseinzadeh N. Modeling of BLDC motor with ideal BackEMF for automotive applications. *Proc. World Cong. Engineering*, 2011, vol. II, pp. 1504–1508.
- [7] Purna Chandra Rao A., Obulesh Y.P., Sai Babu Ch. Mathematical modeling of BLDC motor with closed loop speed control using PID controller under various loading conditions. *ARNP JEAS*, 2012, vol. 7, no. 10, pp. 1321–1328.
- [8] Tsai M.F., Quy T.P., Wu B.F., et al. Model construction and verification of a BLDC motor using MATLAB/SIMULINK and FPGA control. *6<sup>th</sup> IEEE Conf. Industrial Electronics and Applications*, 2011, pp. 1791–1796. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICIEA.2011.5975884>
- [9] Шарапов В.М., Полищук Е.С., ред. Датчики. М., Техносфера, 2012.
- [10] Анучин А.С. Системы управления электроприводов. М., Изд. дом МЭИ, 2015.

**Прошутинский Дмитрий Александрович** — студент кафедры «Робототехнические системы и мехатроника», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Научный руководитель** — Кузин Юрий Рудольфович, старший преподаватель кафедры «Робототехнические системы и мехатроника», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:**

Прошутинский Д.А. Разработка математической модели привода на основе низкооборотистого бесколлекторного электродвигателя. *Политехнический молодежный журнал*, 2020, № 05(46). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2020-05-606>

## DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF A DRIVE BASED ON A LOW-SPEED BRUSHLESS ELECTRIC MOTOR

D.A. Proshutinskiy

proshutinsky@bmstu.ru

SPIN-code: 8640-3371

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

---

### Abstract

*Most stabilizing suspensions and steadicams use low speed brushless motors, the so-called gimbal motors. In this work, the task was to determine the unknown parameters of motor, obtain its mathematical model and drive model equipped with a magnetoresistive absolute position sensor. The resulting model was analyzed in the MATLAB Simulink package. The model was verified using the data obtained from the experimental unit. Comparison of the logarithmic amplitude-frequency characteristics and the response of the drive to a single step effect obtained in the Simulink package and on the experimental unit allows us to conclude that the model has the minimum error and its suitability for further use for changes taking into account the load and the synthesis of correction devices.*

### Keywords

*Model verification, mathematical modeling, low speed brushless motor, control system, stabilizing suspension, steadicam, three-phase motor, MATLAB, Simulink*

Received 17.04.2020

© Bauman Moscow State Technical University, 2020

---

### References

- [1] Shao J. Direct back EMF detection method for sensorless brushless DC (BLDC). Virginia Polytechnic Institute, 2003.
- [2] Domanov V.I., Domanov A.V. Razrabotka i issledovanie sistem elektroprivoda s ventil'nymi dvigatelyami [Development and study on motor drive system with brushless DC electric motor]. Ul'yanovsk, UIGTU Publ., 2015 (in Russ.).
- [3] Khrushchev V.V. Elektricheskie mashiny sistem avtomatiki [Electric machines of automated systems]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1985 (in Russ.).
- [4] Semenov B.Yu. Silovaya elektronika [Power electronics]. Moscow, Solon-Press Publ., 2011 (in Russ.).
- [5] Popov V.S., Nikolaev S.A. Obshchaya elektrotehnika s osnovami elektroniki [General electrical engineering with fundamentals of electronics]. Moscow, Energiya Publ., 1972 (in Russ.).
- [6] Tashakori A., Ektesabi Moscow, Hosseinzadeh N. Modeling of BLDC motor with ideal BackEMF for automotive applications. *Proc. World Cong. Engineering*, 2011, vol. II, pp. 1504–1508.
- [7] Purna Chandra Rao A., Obulesh Y.P., Sai Babu Ch. Mathematical modeling of BLDC motor with closed loop speed control using PID controller under various loading conditions. *ARN JEAS*, 2012, vol. 7, no. 10, pp. 1321–1328.
- [8] Tsai M.F., Quy T.P., Wu B.F., et al. Model construction and verification of a BLDC motor using MATLAB/SIMULINK and FPGA control. *6<sup>th</sup> IEEE Conf. Industrial Electronics and Applications*, 2011, pp. 1791–1796. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICIEA.2011.5975884>

- [9] Sharapov V.M., Polishchuk E.S., eds. Datchiki [Sensors]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2012 (in Russ.).
- [10] Anuchin A.S. Sistemy upravleniya elektroprivodov [Motor drive control systems]. Moscow, MEI Publ. house, 2015 (in Russ.).

**Proshutinskiy D.A.** — Student, Department of Robotics and Mechatronics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Scientific advisor** — Kuzin Yu.R., Senior Lecturer, Department of Robotics and Mechatronics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Please cite this article in English as:**

Proshutinskiy D.A. Development of a mathematical model of a drive based on a low-speed brushless electric motor. *Politekhicheskiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical student journal], 2020, no. 05(46). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2020-05-606.html> (in Russ.).