

**УПРАВЛЕНИЕ КВАДРОКОПТЕРОМ МЕТОДОМ «ГИБКИХ»
КИНЕМАТИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЙ**

Д.А. Михалин

mikhailinda@student.bmstu.ru

SPIN-код: 2869-0820

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Вопреки распространенному мнению о том, что Траекторное управление квадро-повышение частоты обновления траектории в коптером, метод «гибких» кинематических траекторий, краевая задача управления положением центра масс летательных аппаратов приводит к повышению итоговой точности в условиях наличия возмущающих воздействий, для построения устойчивых систем управления необходимо понимать физические принципы полета, ограничивающих возможный диапазон этих частот. В данной работе показано, что для законов управления существует естественный верхний предел частоты обновления, превышение которого приводит к нарушению устойчивого движения. Представлен алгоритм управления квадрокоптером методом «гибких» кинематических траекторий, учитывающий действие возмущающих факторов. Показана работоспособность алгоритма при малых внешних воздействиях.

Ключевые слова

Траекторное управление квадрокоптером, метод «гибких» кинематических траекторий, краевая задача, обратная задача динамики, кватернионы, математическое моделирование, квадрокоптер, механика полета

Поступила в редакцию 30.06.2021

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021

Введение. Широкое распространение беспилотных летательных аппаратов привело к высокой практической заинтересованности в области автоматического управления. С развитием электронной компонентной базы стало возможно появление малых беспилотных летательных аппаратов как в частном секторе, так и в промышленном. Наиболее распространенным их представителем является квадрокоптер. Это четырехроторный винтокрылый летательный аппарат, совершающий перемещение в пространстве благодаря своему наклону относительно плоскости горизонта. Механизм работы квадрокоптера достаточно прост: четыре независимых актуатора (двигатель и воздушный винт) установлены по краям рамы аппарата. Соседние винты вращаются попарно в противоположные стороны для получения суммарного нулевого момента крена. Дальнейшее развитие квадрокоптеров представило миру такие робототехнические решения, как снабженные манипуляторами квадрокоптеры [1], омникоптеры с двенадцатью степенями свободы [2], беспилотные аэротакси [3]. По мере усложнения выполняемых задач от проведения произвольной фотосъемки и следования по установленному маршруту до слежения за подвижной целью и участия в соревнованиях по дрон-рейсингу к разработке систем управления ко-

птеров предъявляются все более жесткие требования, главным образом по точности движения. Для обеспечения траекторного управления привлекаются программно-корректируемые законы управления, реализующие принципы «гибких» траекторий. Инженерная практика показывает, что чем сложнее по своей структуре функционирующее устройство, тем более простые законы управления необходимо для него синтезировать.

В подавляющем большинстве задач, решаемых с помощью квадрокоптеров, достаточно управлять положением центра масс аппарата. К подобным задачам относится мониторинг назначенной области ответственности, произвольный полет по заданной траектории, выполнение аэрофотосъемки с помощью независимо управляемой съемочной аппаратуры. С целью упростить возможные законы управления был рассмотрен вариант изолированного траекторного управления центром масс аппарата.

Математическая постановка задачи. На сегодняшний момент наиболее распространена X-образная схема квадрокоптеров, в которой оси связанной системы координат $Oe_1e_2e_3$ лежат между винтами квадрокоптера (рис. 1).

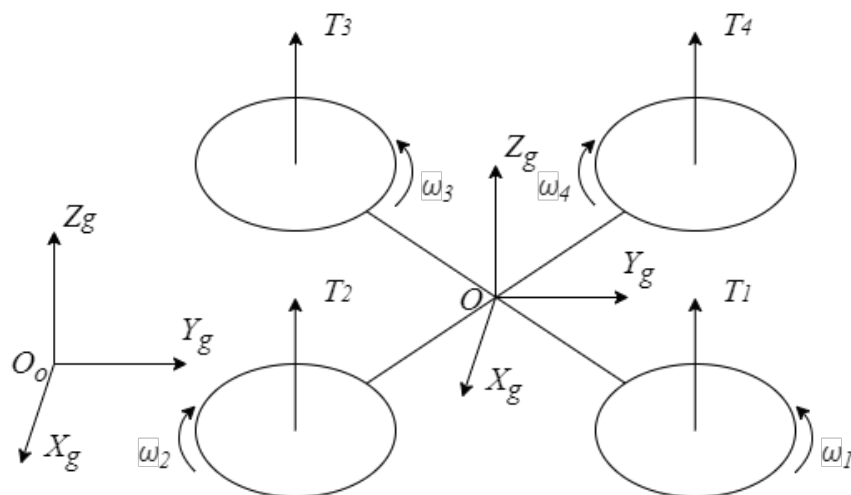


Рис. 1. Кинематическая схема квадрокоптера

Ввиду малой дальности полета в качестве базовой с высокой точностью можно выбрать нормальную земную систему координат $O_oX_gY_gZ_g$, ось O_oZ_g которой направлена вверх и имеет смысл местной вертикали. В отсчетной конфигурации с нормальной земной совпадает нормальная система координат $OX_gY_gZ_g$. Тогда для перемещения вдоль оси OX_g , лежащей в горизонтальной плоскости, согласно задачам полета необходимо уменьшить тяги первого и второго винта и увеличить тяги третьего и четвертого винта. Для перемещения вдоль оси OY_g , дополняющей описанные две до упорядоченной правой тройки, следует уменьшить тяги первого и четвертого винта и увеличить тяги второго и

третьего винта. Для вращения вокруг собственной оси Oe_3 требуется поддерживать положительной разность суммы угловых скоростей вращения второго и четвертого винта и суммы угловых скоростей первого и третьего винта.

Динамика движения летательных аппаратов традиционно декомпозируется на поступательное (линейное) движение с центром масс системы и на вращательное (угловое) движение относительного центра масс. Линейное движение квадрокоптера из-за природы объекта невозможно без наличия движения углового. В свою очередь, движение угловое полностью определяется работой установленных двигателей. В квадрокоптерах применяются как коллекторные, так и бесколлекторные двигатели постоянного тока, управление которыми проще всего реализуется подачей с микроконтроллера широтно-импульсно-модулированного сигнала. Однако создаваемая винтом тяга является результатом сложного взаимодействия выбранной пары двигатель — пропеллер с нестабильной воздушной средой, подверженной как независимым внешним влияниям, так и интерференционным потокам от соседних винтов. Достаточно полно для аппаратов малой массы динамика винтов описана в [4]. Только являясь результатом проведенных экспериментальных запусков по измерению создаваемых тяг T_i и скоростей ω_i , в зависимости от уровня управляющего напряжения g_i , характеризующего скважность ШИМ-сигнала, она может быть использована для точного математического моделирования:

$$\tau \dot{T}_i + T_i = T_i(g_i);$$

$$\tau_\omega \dot{\omega}_i + \omega_i = \omega_i(g_i);$$

$$M_i = K_{mt} T_i + J_\omega \dot{\omega}_i,$$

где T_i — создаваемая винтом тяга; ω_i — угловая скорость вращения винта; M_i — момент аэродинамического сопротивления вращению винта; J_ω — момент инерции вращения винта; K_{mt} — коэффициент пропорциональной зависимости между тягой винта и статическим аэродинамическим моментом.

Далее формируется вспомогательный вектор управления согласно следующей матрице:

$$\begin{pmatrix} T \\ M_{e_1} \\ M_{e_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ L_2 & -L_2 & -L_2 & L_2 \\ -L_1 & -L_1 & L_1 & L_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix}; \quad (1.1)$$

$$M_{e_3} = \sum_{i=1}^4 (-1)^i (K_{mt} T_i + J_\omega \dot{\omega}_i), \quad (1.2)$$

где L_1 — расстояние от точки крепления винтов до центра системы вдоль оси Oe_1 ; L_2 — расстояние от точки крепления винтов до центра системы вдоль оси Oe_2 ; T —

развиваемая аппаратом тяга; M_{e_i} — развиваемый аппаратом момент относительно оси Oe_i .

Угловое положение квадрокоптера описывается кватернионом ориентации q согласно матричным уравнениям:

$$\dot{q} = \frac{1}{2}q(0 \quad \omega^T); \quad (2)$$

$$M = J\dot{\omega} + [\omega, J\omega], \quad (3)$$

где J — тензор инерции; ω — вектор угловых скоростей в связанной системе координат; $M = (M_{e_1} \quad M_{e_2} \quad M_{e_3})^T$ — вектор введенных моментов.

С использованием кватернионов связан ряд преимуществ, эффективных как вычислительно, так и кинематически. Известно, что кинематические отношения Эйлера математически вводят в систему перекрестные связи в каналы стабилизации углового положения. С точки зрения физики полета квадрокоптера перекрестных связей между каналами крена и тангажа нет: для перемещения вдоль выбранного направления необходимо лишь выполнить наклон вокруг оси, перпендикулярной этому направлению. В итоге, для определения положения квадрокоптера необходимо перевести вектор измеряемого кажущегося ускорения с учетом силы тяжести в нормальную систему координат, воспользовавшись следующим уравнением:

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ T \end{pmatrix} q^{-1} + m \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где g — ускорение свободного падения.

В работе использованы следующие данные [4]:

масса $m = 1$ кг;

момент инерции $J_{e_1} = 0,0277$ кг·м²;

момент инерции $J_{e_2} = 0,0277$ кг·м²;

момент инерции $J_{e_3} = 0,0549$ кг·м²;

момент инерции винта $J_{e_3} = 0,00005$ кг·м²;

плечо тяги $L_1 = 0,2$ м;

плечо тяги $L_2 = 0,2$ м;

коэффициент «тяга — момент» $K_{mt} = 0,01$ м.

Принцип управления. Для большого класса выполняемых задач движение квадрокоптера можно разделить на ряд последовательно преодолеваемых пря-

молинейных участков [5]. Рассмотрим работу системы управления на одном таком участке. Для попадания в заданную точку пространства в общем случае должна решаться двухточечная краевая задача на основе обратной задачи динамики [6]. Решение такой задачи в процессе полета неоправданно и невыгодно для полной нелинейной модели динамики аппарата. Поскольку основной интерес представляет именно траекторное перемещение, предлагается решать двухточечную краевую задачу на редуцированной модели, описывающей лишь поступательную часть (4).

Будем искать желаемую траекторию как функцию времени в виде гладких полиномов пятой степени. Построение приведено для перемещения вдоль оси OX_g :

$$x(t) = \sum_{k=0}^5 c_k t^k.$$

Задание четырех терминальных условий (трех координатных и одного временного) на концах траектории позволяет однозначно определить саму траекторию решением следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{pmatrix} x_{t_0} \\ \dot{x}_{t_0} \\ \ddot{x}_{t_0} \\ x_{t_f} \\ \dot{x}_{t_f} \\ \ddot{x}_{t_f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 \\ 1 & T & T^2 & T^3 & T^4 & T^5 \\ 0 & 1 & 2T & 3T^2 & 4T^3 & 5T^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6T & 12T^2 & 20T^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{pmatrix},$$

где t_0 — время начала движения; t_f — время окончания движения; $T = t_f - t_0$ — длительность перелета.

Сформированные таким образом ускорения $\ddot{r}(t)$, требуемые для реализации желаемой траектории $r(t)$, подаются в полетный контроллер, формирующий желаемый вектор тяги и угловое положение, обращением уравнения (4). Далее обращением уравнения (2) формируются желаемые угловые скорости в связанной системе координат, отвечающие за формирование желаемых моментов (3). По расширенной матрице (1.1), (1.2) без учета инерционной составляющей разгона двигателей находятся необходимые для полета тяги винтов и величины напряжений.

Данная система функционирует по разомкнутому циклу и требует наличия системы траекторной стабилизации, противодействующей источникам возмущений и реализующий принцип «жестких» траекторий. Наряду с внешними источниками возмущений, такими как спонтанные колебания воздушной среды, существуют «внутренние» источники возмущений. К ним отнесены неточности моделирования

объекта, а также принятые для синтеза законов управления упрощения модели: именно неучтенные составляющие угловой и двигательной динамики вносят существенные «внутренние» возмущения при данном способе формирования желаемых траекторий. Существует множество работ, посвященных данному вопросу, затрагивающих такие варианты построения систем, как управление со скользящим режимом [7], использование метода обхода цепочки интеграторов [8], применение искусственных нейронных сетей [9].

В данной работе предлагается разделить функции сохранения работоспособности летательного аппарата при действии возмущающих факторов на две подсистемы. Для отслеживания траекторий синтезируется простая, но надежная система на основе ПД-регулятора по линеаризованной модели динамики системы. За периодическое обновление траекторий будет отвечать устройство планирования, реализующее метод «гибких» траекторий [10].

Управление по «гибким» траекториям. Основным недостатком систем стабилизации является ограниченная область устойчивости. При значительных отклонениях от изначально заданной программной траектории система может потерять устойчивость в своем стремлении возвратиться именно на эту траекторию. Например, при наличии внешних возмущений перелет рассматриваемого аппарата из начала координат в точку с координатами $(50 \text{ м } 50 \text{ м } 120 \text{ м})^T$ за $\Delta t = 10 \text{ с}$ невозможен (рис. 2). Однако если через 5 с для отклонившегося аппарата синтезировать новую траекторию полета в заданную конечную точку, то квадрокоптер стабилизирует свое движение, основываясь на новом положении (рис. 3).

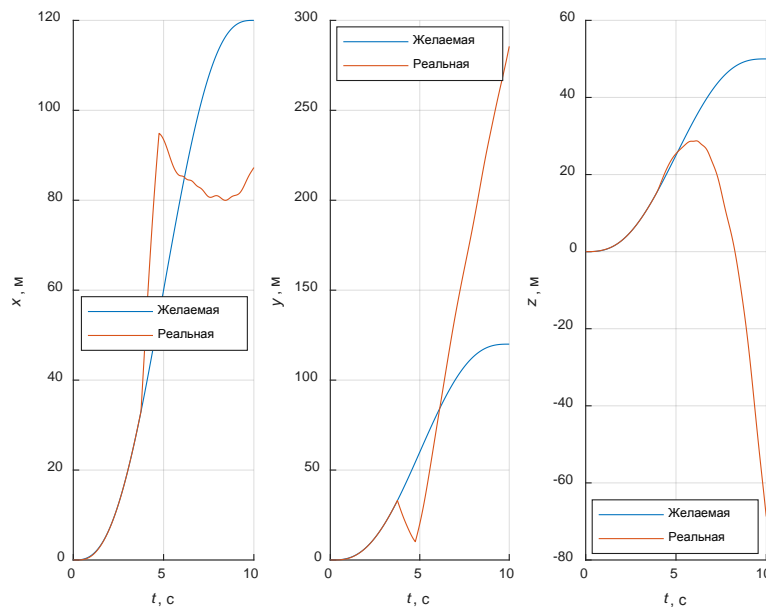


Рис. 2. Траектория полета при воздействии внешних возмущений

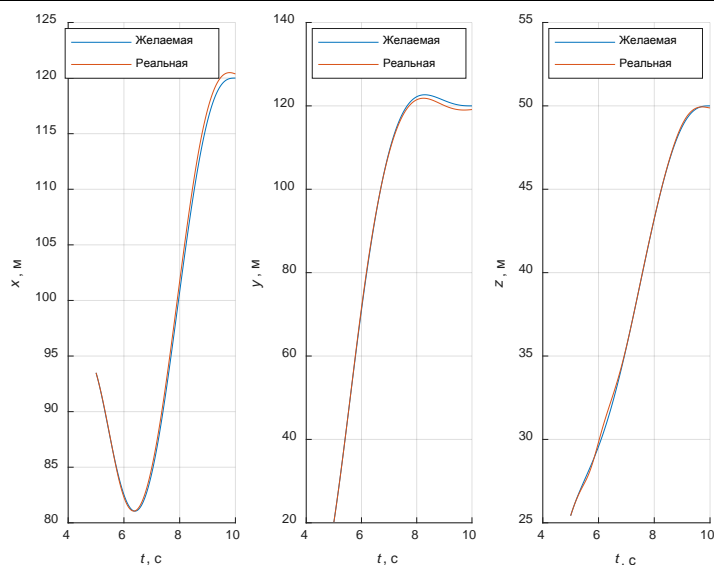


Рис. 3. Второй участок траектории полета после переключения траектории

Периодическое обновление траектории движения относительно текущего положения квадрокоптера представляет собой не что иное, как управление с периодически создаваемой обратной связью. Естественно полагать, что устремление частоты обновления траектории к бесконечности позволит избежать необходимости отслеживания — при воздействии возмущений в любой момент движения

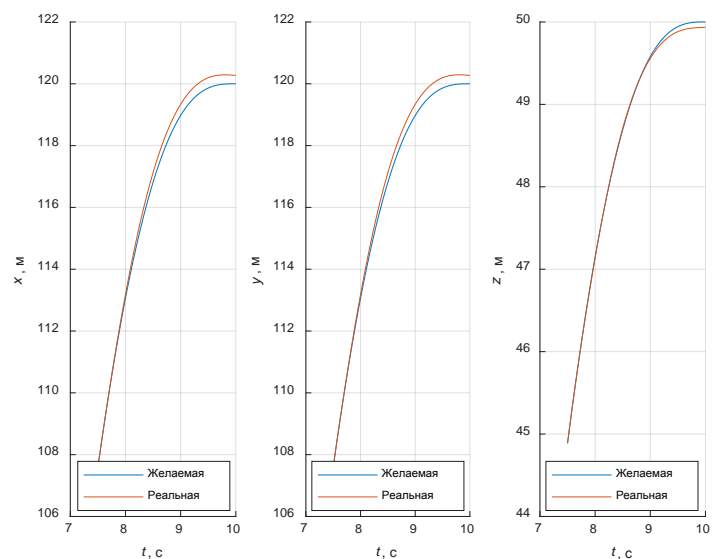


Рис. 4. Крайний участок полета при периоде обновления траектории 2,5 с

корректируемая траектория «учтет» новое возмущение. Такое постоянное обновление носит название перманентного планирования, интерпретируемое как «размораживание» начальных условий движения. Не рассматривая вычислительную

рациональной данной процедуры в режиме реального времени, покажем, что при неограниченном уменьшении шага обновления она дает неприемлемые результаты с точки зрения выполнения цели управления. Для поставленной выше терминальной задачи рассмотрим движение в идеальных условиях с периодами обновления траектории следования $\tau_2 = 1$ с, $\tau_3 = 0,5$ с. Для каждого периода изображен крайний участок полета, содержащий как рассчитанную желаемую траекторию, так и траекторию фактического движения, смоделированного с учетом углового движения и динамики винтомоторной группы (рис. 4–6).

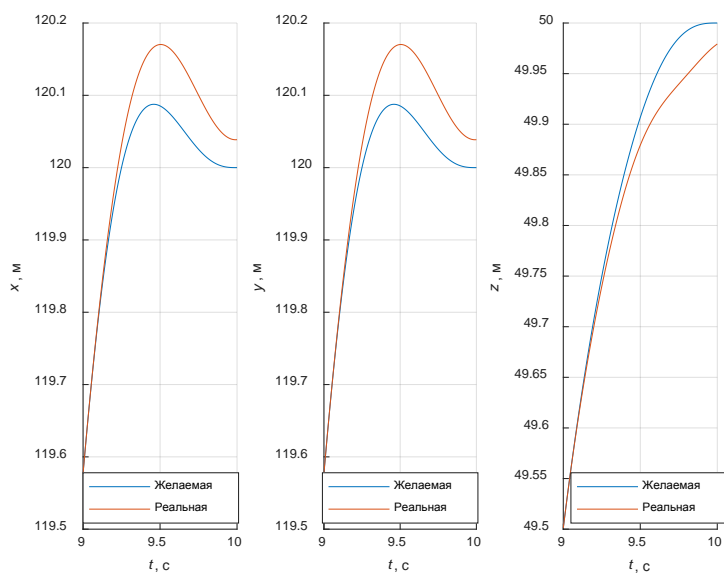


Рис. 5. Крайний участок полета при периоде обновления траектории 1 с

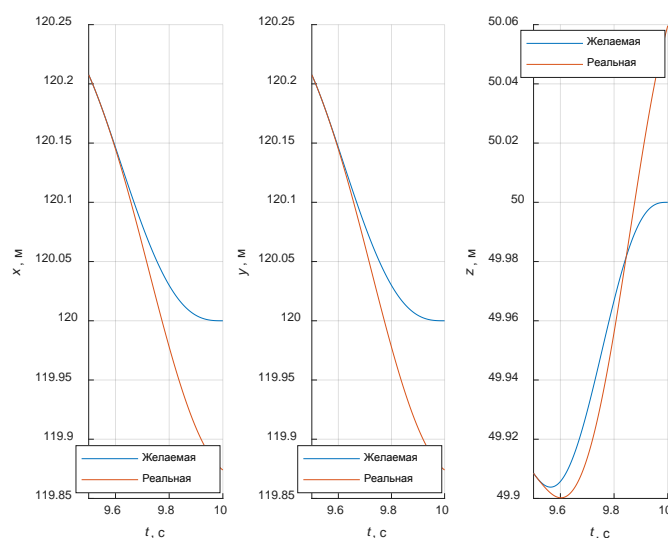


Рис. 6. Крайний участок полета при периоде обновления траектории 0,5 с

Видно, что уменьшение шага обновления начиная с некоторого его значения приводит не к уменьшению, а к росту ошибок попадания в конечную точку. Это обусловлено тем, что в качестве начальной точки для новой траектории оказывается точка на незавершенном переходном процессе от предыдущего обновления траектории. Другими словами, принцип «гибких» траекторий хорошо работает для терминальных задач, решаемых на полной модели динамики системы. В случае использования редуцированных моделей для разработки алгоритмов управления неучтенные части, являясь источником «внутренних» возмущений, имеют собственные качественные характеристики — перерегулирование, колебательность и быстродействие. Для правильного планирования траекторий необходимо осуществлять переключение лишь тогда, когда угловое движение достигнет своего равновесия. В противном случае динамическая ошибка переходного процесса будет перенесена во внешний контур линейных перемещений, и новый цикл обновления траекторий помимо возможных внешних возмущений вынужден будет преодолевать и образуемые «внутренние».

Заключение. Таким образом, период обновления траектории ограничен снизу временем переходного процесса каналов линейного перемещения, который из-за физических принципов полета квадрокоптера практически совпадает с временем переходного процесса внутреннего контура углового движения. Проводя синтез системы управления снизу вверх, полученное быстродействие внутренних контуров следует рассматривать как отправную точку при назначении быстродействия контуров внешних и разработки системы обновления кинематических траекторий. Улучшение точности движения достигается лишь в том случае, если темп переключения сопоставлен со временем переходных процессов подсистем объекта. Для противодействия заранее неизвестным в части длительности и момента времени начала действия внешним возмущениям возможен пересмотр принципа обновления траекторий с временного планирования на пороговое. В таком случае переключение будет осуществляться каждый раз по превышении допустимой окрестности отклонения относительно номинальной «жесткой» траектории.

Литература

- [1] Alvarez-Munoz J., Marchand N., Guerrero-Castellanos J.F., et al. Rotorcraft with a 3DOF rigid manipulator: quaternion-based modelling and real-time control tolerant to multi-body couplings. *Int. J. Autom. Comput.*, 2018, vol. 15, no. 5 pp. 547–558. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11633-018-1145-8>
- [2] Kamel M., Verling S., Elkhatib O., et al. Voliro: an omnidirectional hexacopter with tiltable rotors. *arXiv.org: веб-сайт*. URL: <https://arxiv.org/abs/1801.04581> (дата обращения: 04.04.2021).
- [3] Ehang 216 autonomous aerial vehicle (AAV). *aerospace-technology.com: веб-сайт*. URL: <https://www.aerospace-technology.com/projects/ehang-216-autonomous-aerial-vehicle> (дата обращения: 31.05.2021).
- [4] Бурдаков С.Ф. Марков А.О. Управление квадрокоптером при полетах с малыми и средними перегрузками. СПб., Изд-во Политех. ун-та, 2016.

- [5] Гэн К.К., Чулин Н.А. Алгоритмы стабилизации для автоматического управления траекторным движением квадрокоптера. *Наука и образование: научное издание*, 2015, № 5. URL: <http://engineering-science.ru/doc/771076.html>
- [6] Велищанский М.А., Крищенко А.П. Задача терминального управления для системы второго порядка при наличии ограничений. *Наука и образование: научное издание*, 2015, № 8. URL: <http://engineering-science.ru/doc/793667.html>
- [7] Li T., Zhang Y., Gordon B.W. Passive and active nonlinear fault tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on sliding mode control technique. *J. Syst. Sci. Control. Eng.*, 2013, vol. 277, no. 1, pp. 12–13. DOI: <https://doi.org/10.1177%2F0959651812455293>
- [8] Gong X., Bai Y., Peng C., et al. Trajectory tracking control of a quad-rotor UAV based on command filtered backstepping. *ICICIP*, 2012, pp. 179–184. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICICIP.2012.6391413>
- [9] Dierks T., Jagannathan S. Output feedback control of a quadrotor UAV using neural networks. *IEEE Trans. Neural Netw.*, 2010, vol. 21, no. 1, pp. 50–66. DOI: <https://doi.org/10.1109/TNN.2009.2034145>
- [10] Филимонов Н.Б., Филимонов А.Б. Методы «гибких» траекторий в задачах терминального управления вертикальными маневрами летательных аппаратов. В: Проблемы управления сложными динамическими объектами авиационной и космической техники. М., Машиностроение, 2015, с. 51–101.
- [11] Никитин Д.А. Адаптивная система управления квадрокоптером на основе кватернионной модели вращений. *УБС*, 2017, № 69, с. 76–101.

Михалин Дмитрий Алексеевич — студент кафедры «Системы автоматического управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Чулин Николай Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Системы автоматического управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Михалин Д.А. Управление квадрокоптером методом «гибких» кинематических траекторий. *Политехнический молодежный журнал*, 2021, № 07(60). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2021-07-718>

QUADROCOPTER CONTROL BY THE METHOD OF “FLEXIBLE” KINEMATIC TRAJECTORIES

D.A. Mikhailin

mikhailinda@student.bmstu.ru

SPIN-code: 2869-0820

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

Contrary to the popular belief that an increase in the trajectory update rate leads to an increase in the final accuracy in the presence of disturbing influences in problems of controlling the position of the aircraft center of mass, in order to build stable control systems it is necessary to understand the physical principles of flight that limit the possible range of these frequencies. In this paper, it is shown that for the control laws there is a natural upper limit of the refresh rate, exceeding which leads to a violation of stable motion. An algorithm for controlling a quadrocopter by the method of “flexible” kinematic trajectories, which takes into account the action of disturbing factors, is presented. The performance of the algorithm is shown under small external influences.

Keywords

Trajectory control of a quadrocopter, method of “flexible” kinematic trajectories, boundary value problem, inverse problem of dynamics, quaternions, mathematical modeling, quadrocopter, flight mechanics

Received 30.06.2021

© Bauman Moscow State Technical University, 2021

References

- [1] Alvarez-Munoz J., Marchand N., Guerrero-Castellanos J.F., et al. Rotorcraft with a 3DOF rigid manipulator: quaternion-based modelling and real-time control tolerant to multi-body couplings. *Int. J. Autom. Comput.*, 2018, vol. 15, no. 5 pp. 547–558. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11633-018-1145-8>
- [2] Kamel M., Verling S., Elkhatib O., et al. Voliro: an omnidirectional hexacopter with tiltable rotors. *arXiv.org: website*. URL: <https://arxiv.org/abs/1801.04581> (accessed: 04.04.2021).
- [3] Ehang 216 autonomous aerial vehicle (AAV). *aerospace-technology.com: website*. URL: <https://www.aerospace-technology.com/projects/ehang-216-autonomous-aerial-vehicle> (accessed: 31.05.2021).
- [4] Burdakov S.F. Markov A.O. Upravlenie kvadrokoptom pri poletakh s malymi i srednimi peregruzkami [Control on a quadcopter in flights with small and average overload]. Sankt-Petersburg, Izd-vo Politekh. un-ta Publ., 2016 (in Russ.).
- [5] Gen K.K., Chulin N.A. Stabilization algorithms for automatic control of the trajectory movement of quadcopter. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science and Education: Scientific Publication], 2015, no. 5. URL: <http://engineering-science.ru/doc/771076.html> (in Russ.).
- [6] Velishchanskiy M.A., Krishchenko A.P., A terminal control problem for the second order system with restrictions. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science and Education: Scientific Publication], 2015, no. 8. URL: <http://engineering-science.ru/doc/793667.html> (in Russ.).

-
- [7] Li T., Zhang Y., Gordon B.W. Passive and active nonlinear fault tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on sliding mode control technique. *J. Syst. Sci. Control. Eng.*, 2013, vol. 277, no. 1, pp. 12–13. DOI: <https://doi.org/10.1177%2F0959651812455293>
- [8] Gong X., Bai Y., Peng C., et a. Trajectory tracking control of a quad-rotor UAV based on command filtered backstepping. *ICICIP*, 2012, pp. 179–184. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICICIP.2012.6391413>
- [9] Dierks T, Jagannathan S. Output feedback control of a quadrotor UAV using neural networks. *IEEE Trans. Neural Netw.*, 2010, vol. 21, no. 1, pp. 50–66. DOI: <https://doi.org/10.1109/TNN.2009.2034145>
- [10] Filimonov N.B., Filimonov A.B. Metody “gibkikh” traektoriy v zadachakh terminal'nogo upravleniya vertikal'nymi manevrami letatel'nykh apparatov [adaptable trajectory methods in problems of termination control of vertical aircraft manoeuvres]. V: Problemy upravleniya slozhnymi dinamicheskimi ob"ektami aviatsionnoy i kosmicheskoy tekhniki [In: Problems of control on complex dynamic air- and spacecraft objects]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2015, pp. 51–101 (in Russ.).
- [11] Nikitin D.A. Large scale systems control. *UBS*, 2017, no. 69, pp. 76–101 (in Russ.). (Eng. version: *Autom. Remote. Control*, 2019, vol. 80, no. 9, pp. 1717–1733. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0005117919090121>)

Mikhailin D.A. — Student, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Chulin N.A., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Please cite this article in English as:

Mikhailin D.A. Quadcopter control by the method of “flexible” kinematic trajectories. *Politekhnichestkiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical student journal], 2021, no. 07(60). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2021-07-718.html> (in Russ.).