

## ПОЛУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ УСТАНОВИВШЕЙСЯ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ОТ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ НАСОСА ПРИ СИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ РОТОРА

С.А. Корсакова  
А.А. Протопопов

sofia.korsakova@gmail.com  
proforg6@yandex.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

### Аннотация

*Представлены устройство, основные детали и принцип работы малорасходного центробежного насоса. Для решения проблемы определения установившейся частоты вращения ротора, влияющей на напорную характеристику, была разработана математическая модель движения ротора во внутренних кольцах гидростатических подшипников. Модель учитывает такие силовые факторы, как радиальная сила, вес ротора, сила вязкого трения, статическая реакция подшипника, нормальная реакция опоры, момент электродвигателя, момент вязкого трения и моменты от рабочих колес. С помощью численного метода Рунге—Кутты четвертого порядка с переменным шагом получена зависимость угловой скорости вращения вала ротора от конструкционных параметров насоса и свойств рабочей среды*

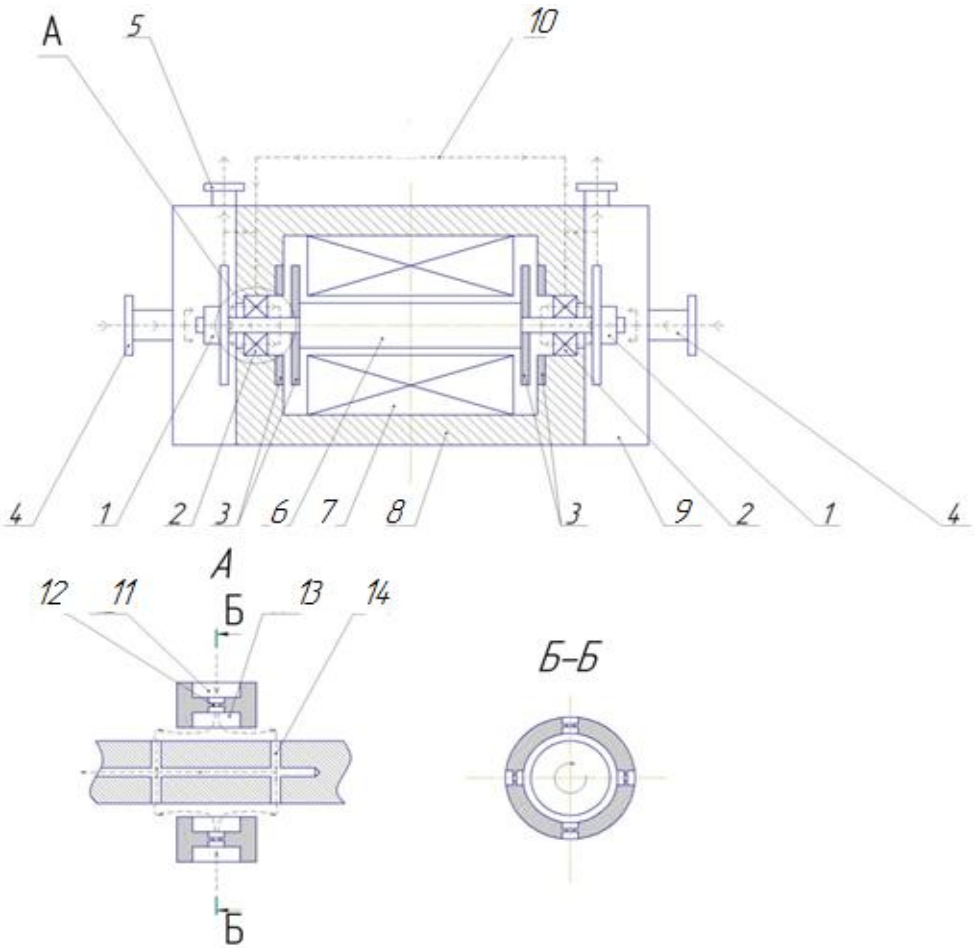
### Ключевые слова

*Ротор, гидростатический подшипник, центробежный малорасходный насос, математическая модель, угловая скорость, аппроксимация*

Поступила в редакцию 30.03.2017  
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

В составе системы терморегулирования космических аппаратов используются малорасходные центробежные насосы, в частности насосы с оппозитным расположением колес и гидростатическими подшипниками и электродвигателями постоянного тока. Характеристики центробежных насосов существенно зависят от частоты вращения ротора, а для электродвигателей постоянного тока их частота вращения имеет большой диапазон значений в зависимости от многих параметров. Чтобы иметь возможность прогнозировать рабочие характеристики насосов систем терморегулирования, необходима методика оценки установившейся частоты вращения ротора насоса. Рассмотрим устройство малорасходного центробежного насоса (рис. 1), принцип работы которого заключается в следующем: рабочая жидкость поступает к входу рабочего колеса, от выхода жидкость движется в отводящее устройство, а через каналы в корпусе насоса — поступает к дросселям гидродшипников.

Следует отметить, что вопросы, связанные с расчетом роторов центробежного насоса широко освещены в [1–6]. Однако вопросы динамики роторов проработаны недостаточно. Схема действия силовых факторов на ротор представлена на рис. 2.

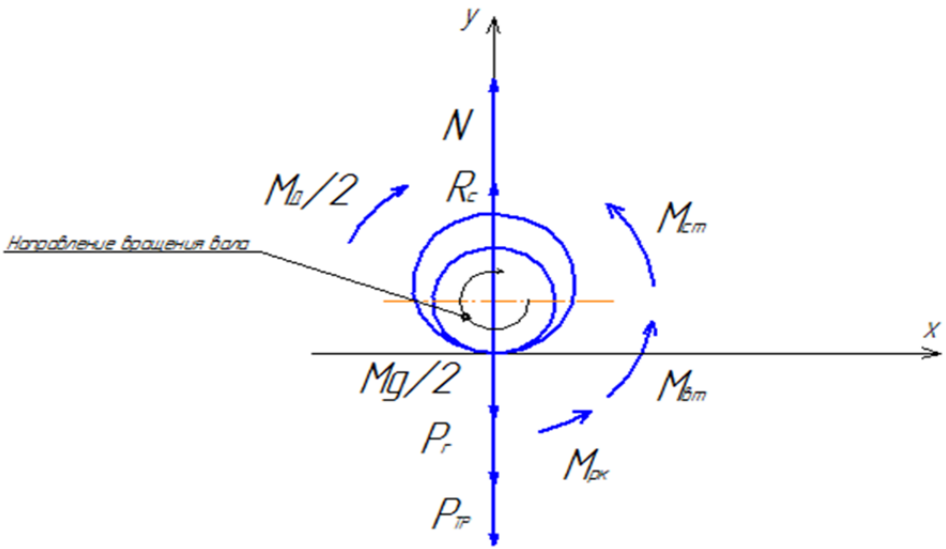


**Рис. 1.** Устройство и основные детали малорасходного центробежного насоса с opposite расположением колес и гидроподшипниками:

1 — рабочее колесо; 2 — гидроподшипник; 3 — пара подпятников; 4 — входной патрубков; 5 — выходной патрубков; 6 — ротор электродвигателя; 7 — статор электродвигателя; 8 — корпус электродвигателя; 9 — корпус одного из насосов электронасосного агрегата; 10 — направления движения рабочей жидкости; 11 — задрессельное пространство; 12 — дроссель; 13 — карман; 14 — система отверстий в валу, обеспечивающая возврат рабочей жидкости назад на вход в рабочее колесо; А — увеличенное изображение подшипника; сечение Б-Б — продольный разрез подшипника

Силы и моменты, действующие на вал, известны из уравнения вала насоса, где  $M$  — масса ротора;  $J$  — момент инерции ротора относительно его оси;  $\omega$  — угловая скорость вращения вала насоса;  $t$  — время с момента пуска насоса;  $g$  — ускорение свободного падения [1]:

$$\begin{cases} M \frac{d^2 y}{dt^2} = 2Rc(t) + 2N(t) - 2Pr(t) - Mg - 2P_{т.р}(t); \\ J \frac{d\omega}{dt} = M_d(t) - 2M_{п.к}(t) - 2M_{с.т}(t) - 2M_{в.т}(t). \end{cases} \quad (1)$$



**Рис. 2.** Силовые факторы, действующие на ротор:

$Mg$  — вес ротора;  $Pr$  — радиальная сила, возникающая в рабочем колесе;  $N$  — нормальная сила реакции опоры;  $Rc$  — статическая реакция гидроподшипника;  $M_{р.к}$  — момент от рабочего колеса;  $M_{с.т}$  — момент сухого трения;  $M_{в.т}$  — момент вязкого трения;  $M_{д}$  — момент двигателя

Опишем подробнее слагаемые системы (1). Радиальная сила  $Pr(t)$ , действующая на рабочее колесо [1]:

$$Pr(t) = 0,1\rho D_2^3 b_2 \eta \omega(t)^2, \tag{2}$$

где  $D_2$  — диаметр выхода из рабочего колеса;  $b_2$  — ширина рабочего колеса на выходе;  $\rho$  — плотность рабочей жидкости.

Гидростатическая реакция подшипника [1]:

$$Rc = ld \left[ \frac{p_n \left( \mu_c \frac{\pi d_c^2}{4} \right)^2}{\left( \mu_c \frac{\pi d_c^2}{4} \right)^2 + (\mu_t 2f_2(y))^2} - \frac{p_n \left( \mu_c \frac{\pi d_c^2}{4} \right)^2}{\left( \mu_c \frac{\pi d_c^2}{4} \right)^2 + (\mu_m 2f_1(y))^2} \right] \tag{3}$$

Момент сухого трения согласно [1]:

$$M_{с.т} = \begin{cases} \frac{[2Pr + Mg - 2Rc] \kappa_t d}{4}, & \text{при } y = 0; \\ 0, & \text{при } y > 0. \end{cases} \tag{4}$$

Далее рассчитаем момент вязкого трения [1]:

$$M_{в.т}(y) = (\beta_1 + \beta_2 (y - \delta)^6) \omega, \quad (5)$$

где  $\beta_1 = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м}$ ;  $\beta_2 = 7,15 \cdot 10^{19} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-5}$ .

Согласно [1] вычислим момент рабочего колеса:

$$M_{р.к}(t) = \frac{\omega(t) \pi \mu R_2^4}{a} + \rho Q R_2^2 \omega. \quad (6)$$

Также согласно [1] вычислим момент от двигателя:

$$M_{д}(t) = K - K_1 \omega(t), \quad (7)$$

где  $K$  и  $K_1$  — коэффициенты моментно-механической характеристики электродвигателя.

Исходя из [1] сила вязкого трения

$$P_{в.т} = 0,4V. \quad (8)$$

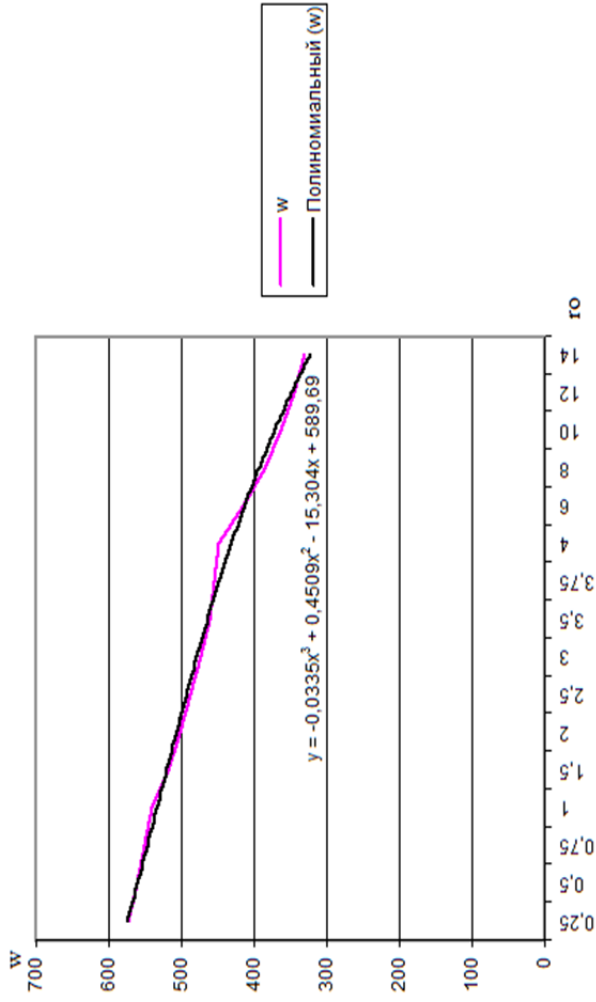
Перепишем систему уравнений (1) согласно [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dt} = \frac{2\rho\omega^2 R_2^2 \eta l d - 0,2\rho D_2^3 b_2 \eta \omega^2 - Mg}{M}; \\ \frac{dy}{dt} = V \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_{д}(t) - 2M_{р.к}(t) - 2M_{с.т}(t) - 2M_{в.т}(t)}{J}. \\ V(0) = 0, \\ y(0) = 0, \\ \omega(0) = 0, \end{array} \right. \quad (9)$$

Решаем систему (9) в *Mathcad* методом Рунге—Кутты четвертого порядка, при этом последовательно варьируя все конструктивные параметры, входящие в систему. Получаем значения установившихся угловых скоростей, представленные ниже. Полученные зависимости были аппроксимированы в *Excel*. Аппроксимирующие кривые и их уравнения изображены на рис. 3–8. Для большего удобства физические величины  $K_1^*$ ,  $D_2^*$ ,  $D_1^*$ ,  $a^*$ ,  $K^*$ ,  $\rho$  представлены в безразмерном виде, угловая скорость  $\omega$  — размерная величина.

**Плотность рабочей жидкости  $r_0$  и установленная угловая скорость  $\omega$**

$r_0$	$\omega$
0,25.....	572,86
0,5.....	560,3
0,75.....	550,26
1.....	539,82
1,5.....	518,84
2.....	502,92
2,5.....	487,36
3.....	472,81
3,5.....	460,91
3,75.....	455,33
4.....	449,99
6.....	413,82
8.....	385,43
10.....	363,48
12.....	345,26
14.....	329,78



**Рис. 3.** Зависимость установленной угловой скорости  $\omega$  от плотности рабочей жидкости  $r_0$

Диаметр выхода рабочего колеса  $D_2^*$  и установившаяся угловая скорость  $\omega$

$D_2^*$	$\omega$
0,5.....	566,17
0,75.....	554,15
1.....	539,82
1,25.....	518,74
1,5.....	495,13
1,75.....	463,37
2.....	425,66
2,25.....	382,03
2,5.....	334,45

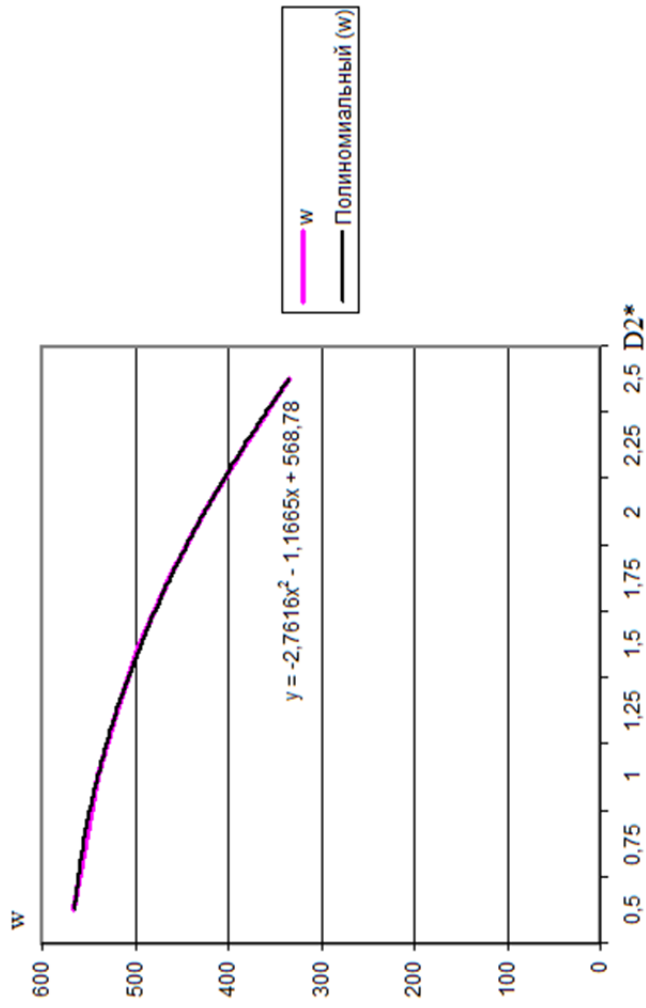


Рис. 4. Зависимость установившейся угловой скорости  $\omega$  от диаметра рабочего колеса  $D_2^*$

Диаметр входа рабочего колеса  $D_1^*$  и установившаяся угловая скорость  $\omega$

$D_1^*$	$\omega$
0,25.....	572,39
0,5.....	560,62
0,75.....	549,01
1.....	537,57
1,5.....	519,8
2.....	504,67
2,5.....	489,72
3.....	476,83
3,5.....	464,12
4.....	453,54
4,5.....	443,75

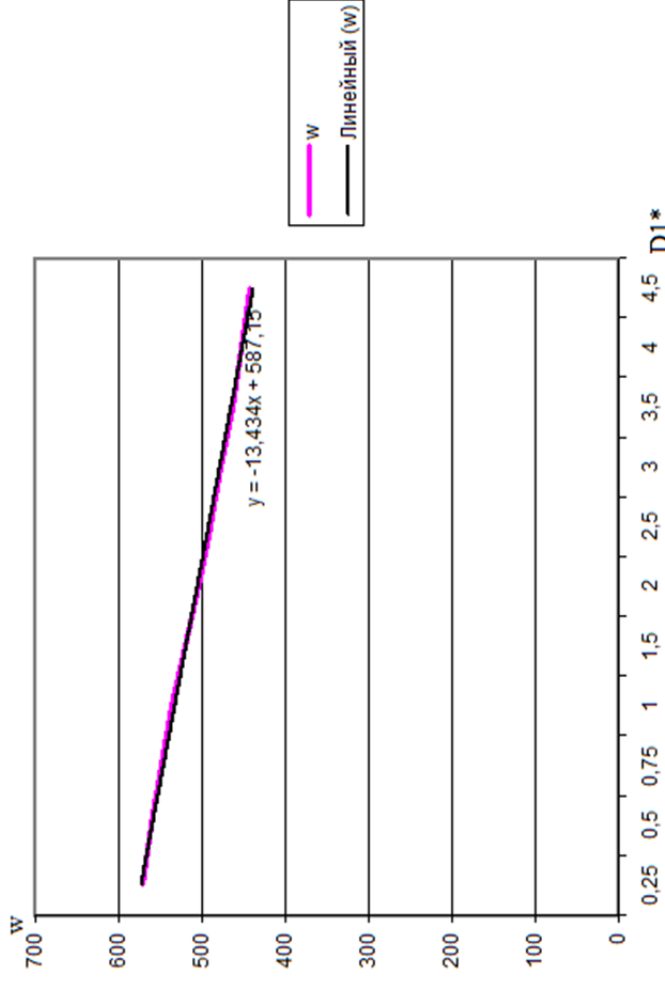
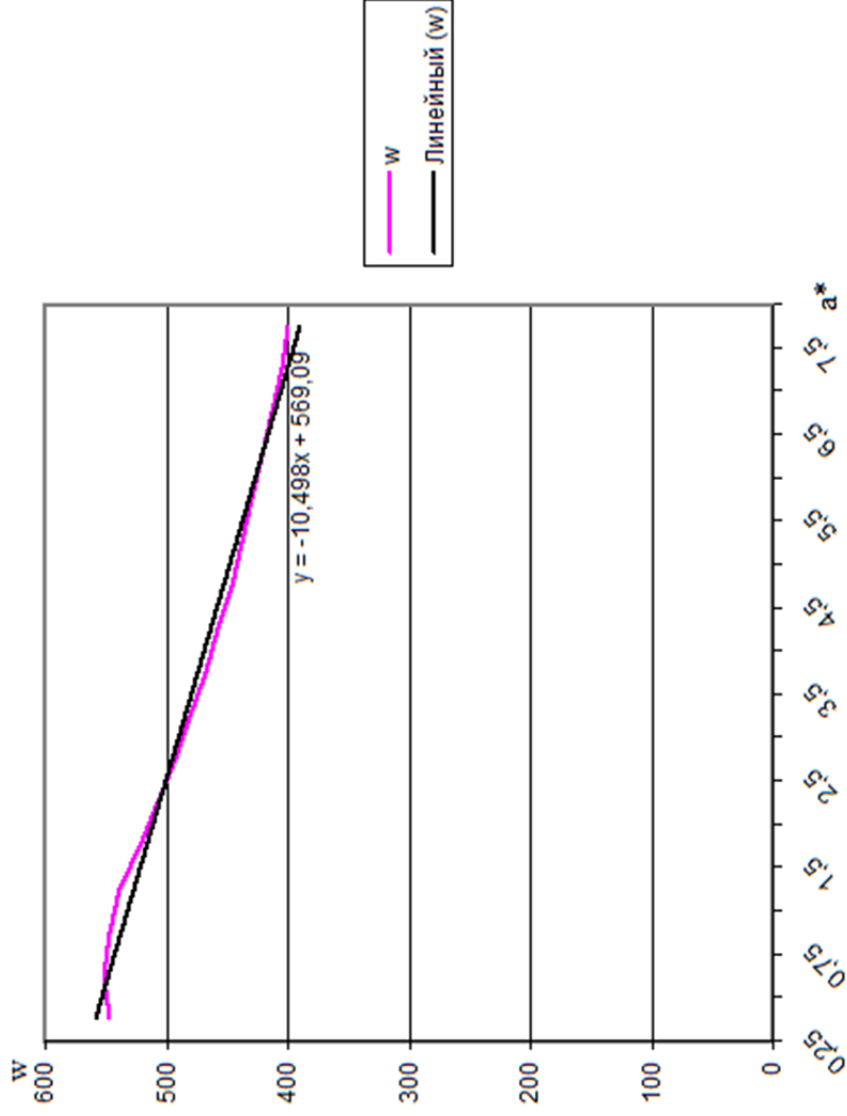


Рис. 5. Зависимость установившейся угловой скорости  $\omega$  от диаметра входа в рабочее колесо  $D_1^*$

**Передний осевой зазор между рабочим колесом и корпусом  $a^*$  и установившаяся угловая скорость  $\omega$**

$a^*$	$\omega$
0,25	546,78
0,5	551,81
0,75	546,48
1	538,98
1,5	523
2	506,98
2,5	493,08
3	480,31
3,5	468,56
4	457,73
4,5	447,1
5	437,93
5,5	429,37
6	421,35
6,5	413,82
7	405,74
7,5	399,21



**Рис. 6.** Зависимость установившейся угловой скорости  $\omega$  от переднего осевого зазора между рабочим колесом и корпусом  $a^*$



Коэффициент моментно-механической характеристики электродвигателя  $K^*$  и установившаяся угловая скорость  $\omega$

$K^*$	$\omega$
0,5.....	278,9
0,75.....	412,05
1.....	538,98
1,25.....	661,33
1,5.....	779,68
1,75.....	894,41
2.....	1005,8
2,25.....	1114,1

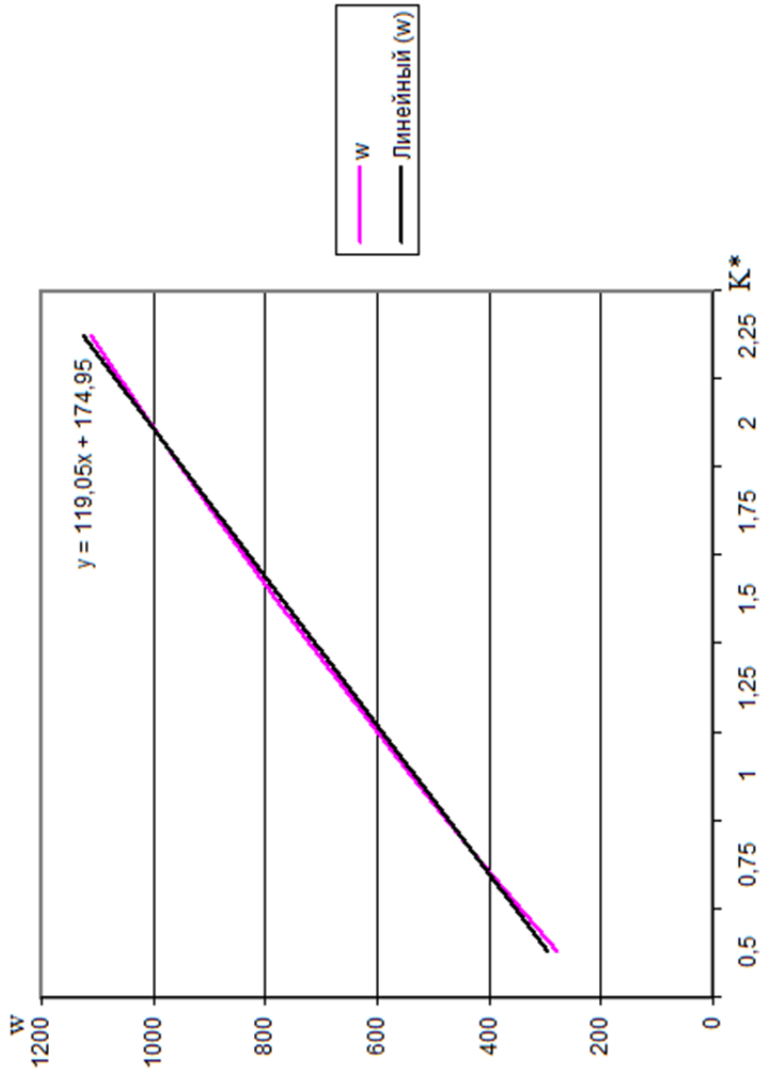


Рис. 7. Зависимость установившейся угловой скорости  $\omega$  от коэффициента моментно-механической характеристики электродвигателя  $K^*$

Максимальный момент электродвигателя  $K_1^*$  и установившаяся угловая скорость  $\omega$

$K_1^*$	$\omega$
0,25	1239,2
0,5	890,38
0,75	676,15
1	538,98
1,25	445,31
1,5	378,05
1,75	328,45
2	289,28

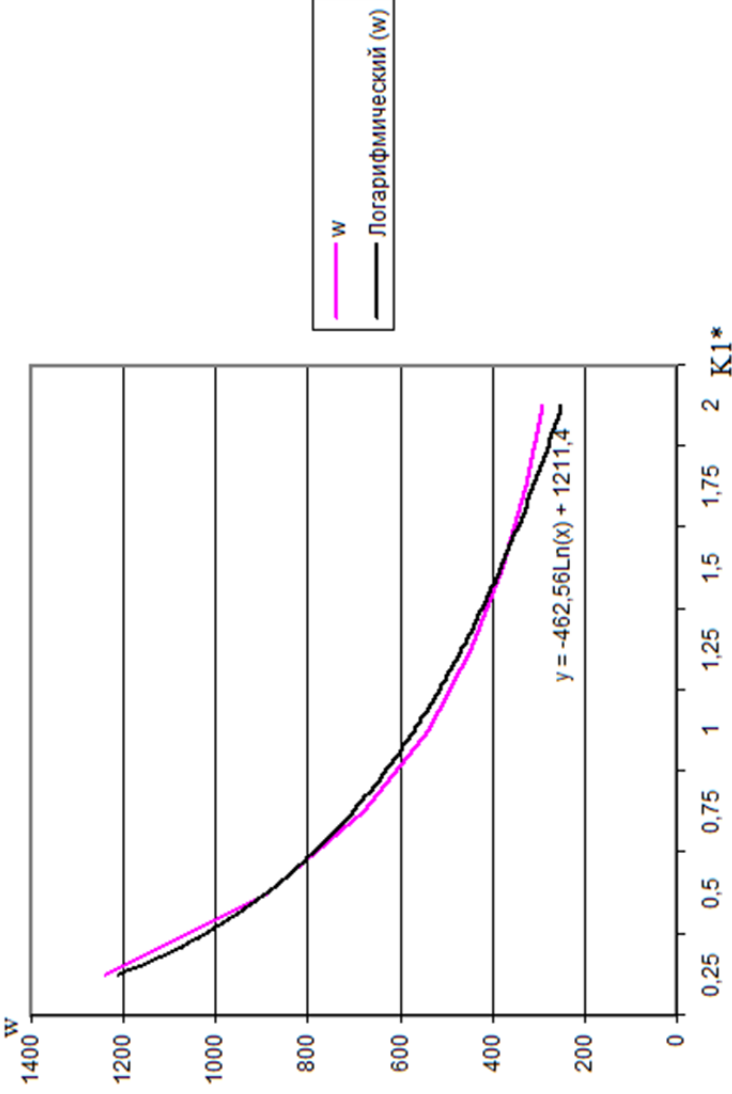


Рис. 8. Зависимость установившейся угловой скорости  $\omega$  от максимального момента электродвигателя  $K_1^*$

Для получения итоговой зависимости установившейся угловой скорости от конструктивных параметров насоса запишем:

$$\begin{aligned} \omega_{\text{уст}} = & A \left( -462,56 \ln K_1^* + 1211,4 \right) \left( 119,05 K^* + 174,95 \right) \left( -10,498 a^* + 569,09 \right) \times \\ & \times \left( -13,434 D_1^* + 587,15 \right) \left( -2,7616 D_2^{*2} - 1,1665 D_2^* + 568,78 \right) \times \\ & \times \left( -0,0335 \rho^{*3} + 0,4509 \rho^{*2} - 15,304 \rho^* + 589,69 \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $A$  — масштабный коэффициент, отражающий влияние прочих конструктивных параметров.

Таким образом, получена зависимость установившейся угловой скорости ротора от конструктивных параметров насоса. Следует еще раз отметить, что конструктивные параметры представлены в безразмерном виде и приведены к следующим величинам:  $K_1^* = 0,0015 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$ ;  $K^* = 0,9 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $a^* = 0,001 \text{ м}$ ;  $D_2^* = 0,05 \text{ м}$ ;  $D_1^* = D_2/5 \text{ м}$ ;  $\rho^* = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

Работа выполнена при частичной поддержке грантами РФФИ 16-01-00521, РНФ 16-19-10705.

## Литература

1. Боровин Г.К., Петров А.И., Протопопов А.А., Исаев Н.Ю. Динамика роторов малорасходных центробежных насосов с гидростатическими подшипниками и приводом от электродвигателей постоянного тока // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2016. №142. 24 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-142> DOI:10.20948/prepr-2016-142
2. Черкасский В.М. Насосы, вентиляторы, компрессоры. М.: Энергоатомиздат, 1984. 416 с.
3. Ломакин А.А. Центробежные и осевые насосы. М.: «Машиностроение», 1966. 354 с.
4. Ломакин В.О., Артемов А.В., Петров А.И. Определение влияния основных геометрических параметров отвода насоса НМ 10000-210 на его характеристики // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012. № 8. С. 71–84. URL: <http://old.technomag.edu.ru/doc/445666.html> DOI: 10.7463/0812.0445666
5. Ломакин В.О., Петров А.И., Щербачев П.С. Разработка бокового полуспирального подвода с увеличенным моментом скорости жидкости на входе в рабочее колесо // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2012. № S. С. 3–5.
6. Боровин Г.К., Протопопов А.А. Расчет оптимального числа лопаток рабочего колеса центробежного насоса // Инженерный вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 11. URL: <http://engsi.ru/doc/747924.html>.

**Корсакова София Андреевна** — студентка кафедры «Гидромеханика, гидромашины и гидропневмоавтоматика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Протопопов Александр Андреевич** — ассистент кафедры «Гидромеханика, гидромашины и гидропневмоавтоматика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Научный руководитель** — В.О. Ломакин, канд. техн. наук, доцент кафедры «Гидромеханика, гидромашины и гидропневмоавтоматика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

## OBTAINING STEADY-STATE ANGULAR VELOCITY AS A FUNCTION OF VARIOUS PUMP PARAMETERS DURING STRONG ROTOR VIBRATIONS

S.A. Korsakova  
A.A. Protopopov

sofia.korsakova@gmail.com  
proforg6@yandex.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

### Abstract

We present the design, main parts and principle of operation of a low-discharge centrifugal pump. To solve the problem of determining steady-state rotor rotation frequency affecting the head characteristic, we developed a mathematical model of the rotor moving within the inner rings of hydrostatic bearings. The model presented takes into account such power factors as radial force, rotor weight, viscous friction force, static reaction force of the bearing, normal reaction of support, electric motor torque, viscous torque, runner torque. We used a Runge—Kutta RK4 adaptive stepsize numerical technique to obtain the angular velocity of the rotor shaft as a function of structural pump parameters and operating medium properties

### Keywords

Rotor, hydrostatic bearing, low-discharge centrifugal pump, mathematical model, angular velocity, fitting

© Bauman Moscow State Technical University, 2017

### References

- [1] Borovin G. K., Petrov A.I., Protopopov A.A., Isaev N.Yu. The dynamics of the rotor of the low mass centrifugal pumps with the hydrostatic bearings and the driven by the DC motors. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha* [KIAM Preprint], 2016, no. 142, 24 p. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-142> (in Russ.) DOI:10.20948/prepr-2016-142
- [2] Cherkasskiy V.M. Nasosy, ventilyatory, kompressory [Pumps, ventilators, compressors]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984. 416 p. (in Russ.).
- [3] Lomakin A.A. Tsentrobezhnye i osevye nasosy [Impeller and propeller pumps]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1966. 354 p. (in Russ.).
- [4] Lomakin V.O., Artemov A.V., Petrov A.I. Determining the impact of basic geometric parameters drain pump NM 10000-210 on its performance. *Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education. BMSTU], 2012, no. 8, pp. 5. URL: <http://old.technomag.edu.ru/doc/445666.html>. DOI: 10.7463/0812.0445666
- [5] Lomakin V.O., Petrov A.I., Shcherbachev P.S. Development of a side semi spiral inlet unit with increased fluid velocity at the impeller entry. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building], 2012, no. S, pp. 3–5 (in Russ.).
- [6] Borovin G.K., Protopopov A.A. Optimum number calculation of the centrifugal pump impeller blades. *Inzhenernyy vestnik* [Engineering Bulletin], 2014, no. 11. URL: <http://engsi.ru/doc/747924.html> (in Russ.).

**Korsakova S.A.** — student of Fluid Mechanics, Hydraulic Machines and Hydraulic and Pneumatic Automation Department, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Protopopov A.A.** — Assistant Lecturer of Fluid Mechanics, Hydraulic Machines and Hydraulic and Pneumatic Automation Department, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Scientific advisor** — V.O. Lomakin, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor of Fluid Mechanics, Hydraulic Machines and Hydraulic and Pneumatic Automation Department, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.