

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В АКТИВНОЙ МАТЕРИИ

А.Н. Беляев

razorzeroxyyy@gmail.com

SPIN-код: 3095-5114

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Методами математического моделирования исследованы особенности развития вихревых структур, образуемых действием силы Стокса со стороны самодвижущихся активных частиц, погруженных в жидкость. Предложена двухфазная модель, в которой несущая среда является континуумом, а каждая частица подчиняется заданным законам движения. На основе анализа результатов моделирования можно заключить, что в начальный момент времени основная часть кинетической энергии течения приходится на масштаб, соответствующий среднему расстоянию между микрочастицами, а на стадии затухания — характерному размеру вихревых структур, развивающихся на масштабах области движения частиц. Также обнаружен эффект обратного каскада, который заключается в том, что в результате взаимодействия между собой вихревые структуры укрупняются.

Ключевые слова

Численное моделирование, активная материя, турбулентность, обратный каскад, укрупнение частицы в газе, нелинейная динамика, энергетические спектры

Поступила в редакцию 26.07.2021

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021

Введение. Описание турбулентности до сих пор считается одной из самых важных нерешенных задач классической физики [1]. Повсеместное присутствие турбулентности почти во всех жидких и газообразных системах и математические трудности, связанные с ее описанием, привели к многолетним интенсивным исследованиям, но до сих пор понимание данного явления остается недостаточным. При этом изучение движения жидкости или газа может быть усложнено, если в среду погружена так называемая активная материя. Понятие «активная материя» относится к системам, состоящим из большого числа активных частиц, каждая из которых может двигаться самостоятельно. Примерами биологически активных частиц служат клетки, моторные белки и бактерии. Синтетические активные вещества, произведенные в виде частиц, можно приводить в движение механическими, химическими и оптическими способами. Тем не менее все частицы обладают общей чертой: они преобразуют свободную энергию жидкости в энергию систематического движения.

История физики не раз показывала, что законы микромира можно обобщать на макромир, и наоборот. Самым наглядным примером является сходство между нашей солнечной системой и строением атома, которое предложил Ре-

зерфорд в 1911 г. и которое физики и сегодня активно используют для решения самых разнообразных задач. Некоторые живые организмы независимо от их размеров склонны к когерентному коллективному движению, например, для поиска питательных веществ или защиты от хищников. Общей особенностью подобных систем является то, что они по своей природе не находятся в равновесии. Сложность их статистического моделирования обусловлена тем, что к ним нельзя применить методы равновесной термодинамики. По этой причине возникает необходимость в применении принципиально новых подходов, позволяющих адекватно воспроизводить поведение таких систем.

В последнее время изучение турбулентности тесно связано с активной материей. Ученые во всем мире пытаются понять, как различные виды дисперсных фаз влияют на формирование турбулентного течения. Активная материя открывает большое количество путей для физического моделирования широкого класса задач. Коллективное движение микрочастиц в суспензиях порождает вихри гораздо больших размеров, чем непосредственно размер микрочастицы, достигая состояния, называемого бактериальной турбулентностью [2]. Обычно бактериальная турбулентность появляется на гораздо меньших масштабах, чем гидродинамическая с присущим ей инерционным интервалом и характерным энергетическим каскадом. Мерой различия между бактериальной и гидродинамической турбулентностью служит число Рейнольдса, которое имеет порядок $10^{-4} \dots 10^{-6}$ для изолированной микрочастицы в покоящейся жидкости [3] и порядок 10^3 для гидродинамической турбулентности.

Недавние исследования реологии бактериальных суспензий показали, что активное движение бактерий толкающего типа может значительно снизить эффективную вязкость суспензии до значения, при котором она приближается к сверхтекучему состоянию, которое индуцируется активным веществом. В таком случае вклад энергии от активных процессов компенсирует ее диссипацию. Со всем недавно французские физики обнаружили, что движение группы частиц, способных к самостоятельному активному движению, количественно аналогично турбулентному течению [4]. Эксперимент показал, что диссипацию энергии в двумерной системе из таких самодвижущихся частиц можно описать с помощью классической статистической теории Колмогорова, которая применяется для локально изотропной турбулентности. Эти результаты могут оказаться полезными как для исследования коллективной динамики активных объектов, так и для развития теории турбулентности.

Проблема создания физико-математических и вычислительных моделей для течений жидкости или газа с инородными частицами или каплями и прогнозирование свойств и закономерностей таких течений в различных условиях имеет как фундаментальный научный интерес, так и большое прикладное значение, связанное с различными химическими и биологическими приложениями и с совершенствованием рабочих циклов в газовых турбинах и ракетных двигателях, разработкой теплообменных систем и устройств, в которых дисперсные потоки выступают в роли теплоносителя или рабочего тела. В рамках настояще-

го исследования предлагается математическая модель двухфазной среды как инструмент численного моделирования коллективной динамики активных микрочастиц в объеме жидкости.

Математическая модель. Наиболее общей, но не менее важной является модель самодвижущихся активных сферических частиц, динамика которых описывается уравнениями Ланжевена [2, 5]. Другие подходы к моделированию самодвижущихся систем, в основе которых лежит модель активных броуновских частиц, включают в себя модель активного решетчатого газа и методы Монте-Карло [6–12].

Широкое применение получила континуальная модель, которая является расширением уравнений Навье — Стокса. Она строится путем объединения теории несжимаемой среды Тонера — Ту [13–15] с неустойчивостью Свифта — Хоэнберга [16]. Данная модель широко применяется для моделирования задач различного типа [17–19].

В основе используемой математической модели лежат законы сохранения вещества и импульса, имеющие следующий вид [20]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) &= 0; \\ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - \vec{u} \times \vec{\omega} + \nabla H - \tilde{p} \nabla \left(\frac{1}{\rho} \right) &= \frac{1}{\rho} [(\rho - \rho_0) \vec{g} + \vec{f}_b + \nabla \tau], \end{aligned} \quad (1)$$

где $\rho = \rho(\vec{r}, t)$ — плотность среды; t — время; $\nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right\}$ — оператор

Набла; $\vec{u} = \vec{u}(\vec{r}, t)$ — поле скоростей течения среды; $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}$ — вектор завихренности; $p(\vec{r}, t) = \bar{p}(z, t) + \tilde{p}(\vec{r}, t)$ — давление, разделение на компоненты соответствует аппроксимации при малых числах Маха и, следовательно, слабой сжимаемости (слагаемое $\tilde{p}(\vec{r}, t)$ соответствует пульсационной составляющей давления и определяется с помощью уравнений гидродинамики, а $\bar{p}(z, t)$ — статической составляющей давления и определяется при помощи уравнения состояния газа); ρ_0 — начальная плотность газа; \vec{g} — ускорение свободного падения; \vec{f}_b — сила сопротивления, действующая на газ со стороны твердых частиц или капель; τ — тензор вязких напряжений, который замыкается за счет градиентной диффузии с турбулентной вязкостью, полученной из модели Дирдорфа [21, 22] ($H = \frac{|\vec{u}|^2}{2} + \frac{\tilde{p}}{\rho}$ — интеграл Бернулли).

Уравнение (1) удобно переписать в следующей форме:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla H + \vec{F} = 0,$$

откуда после дифференцирования по пространственной координате получим уравнение Пуассона относительно H :

$$\Delta H = - \left[\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \vec{u}) + \nabla \vec{F} \right], \quad (2)$$

где $\vec{F} = \vec{F}_a + \vec{F}_b$ и определяется следующим образом:

$$\vec{F}_a = -\vec{u} \times \vec{\omega} - \frac{1}{\rho} \left[(\rho - \rho_0) \vec{g} + \vec{f}_b + \nabla \tau \right];$$

$$\vec{F}_b = -\tilde{p} \nabla \left(\frac{1}{\rho} \right).$$

В правой части уравнения (1) содержится пульсационная составляющая давления, которая учитывает бароклинный момент. Поскольку в уравнении (2) также содержится временная производная, для вычисления левой части необходимо знать только значение \tilde{p} на предыдущем временном шаге. Такое приближение позволяет решить разделенную форму уравнения Пуассона, для которого существуют быстрые решатели на равномерных сетках [23].

Наличие в газовой среде самодвижущихся активных частиц учитывалось слагаемым \vec{f}_b уравнения (1) следующего вида:

$$\vec{f}_b = \frac{1}{V} \sum \left[\frac{\rho}{2} C_d A_{p,c} (\vec{u}_p - \vec{u}) |\vec{u}_p - \vec{u}| \right], \quad (3)$$

где V — объем ячейки; C_d — коэффициент сопротивления; $A_{p,c}$ — площадь поперечного сечения частиц; \vec{u}_p — вектор скорости частицы. Суммирование осуществляется по всем частицам внутри рассматриваемого объема. Соотношение (3) представляет собой объемную силу Стокса, в которой коэффициент сопротивления C_d связан с локальным числом Рейнольдса для частиц:

$$C_d = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}_D}, & \text{Re}_D < 1; \\ 24 \frac{0,85 + 0,15 \text{Re}_D^{0,687}}{\text{Re}_D}, & 1 < \text{Re}_D < 1000; \\ 0,44, & \text{Re}_D > 1000, \end{cases}$$

где $\text{Re}_D = \frac{\rho D |\vec{u}_p - \vec{u}|}{\mu(T)}$; $D = 2r_p$; $\mu(T)$ — динамическая вязкость жидкости, зависящая от температуры [24].

В такой постановке задачи самодвижущиеся микрочастицы в начальный момент времени возбуждают вихревые течения газа, а динамика самих частиц описывается вторым законом Ньютона

$$\frac{d\vec{u}_p}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{\rho C_d A_{p,c}}{m_p} (\vec{u}_p - \vec{u}) |\vec{u}_p - \vec{u}|, \quad \frac{d\vec{r}_p}{dt} = \vec{u}_p, \quad (4)$$

где \vec{r}_p — радиус-вектор частицы; m_p — масса частицы. Система уравнений (4) описывает торможение частиц, и в итоге ускоренные под действием начального импульса частицы останавливаются.

Вычислительный процесс организован по схеме «предиктор — корректор», что обеспечивает второй порядок точности по времени, а разностные аппроксимации, заложенные в пространственные производные, дают второй порядок точности по пространственным шагам.

Постановка задачи. Рассмотрим эволюцию возмущений газовой среды, вызванных самодвижущимися активными частицами. В начальный момент времени газ, представляющий собой воздух, находится в состоянии покоя в квадратной области размером 0,0128 м с граничными условиями жестких стенок для газа. В последующие моменты времени равномерно распределенные по области твердые микрочастицы движутся прямолинейно с начальными амплитудами скоростей 1 м/с и случайным направлением движения, вызывая тем самым возмущения газовой среды. В приведенных расчетах размер микрочастиц варьировался в диапазоне 25...200 мкм. Количество частиц составляло 25, 100, 256, что обеспечивало равномерность распределения в расчетной области.

В такой постановке задачи движение частиц в газе в начальный момент времени вызывает возмущения в последующие моменты времени. Закон сохранения импульса здесь заключается в постепенной передаче импульса от частиц газу. Наряду с этим растет средняя кинетическая энергия течения, что видно на графиках для среднего модуля скорости, приведенных ниже.

Характерная структура вихревых течений в момент времени 253 мкс при различном количестве частиц равного диаметра 100 мкм представлена на рис. 1. Видно зарождение мелкомасштабных вихрей, вызванных движением твердых микрочастиц. При такой конфигурации системы амплитуда возмущений составляет порядка $6,4 \cdot 10^{-4}$ м/с, что достигается в точках расположения частиц,

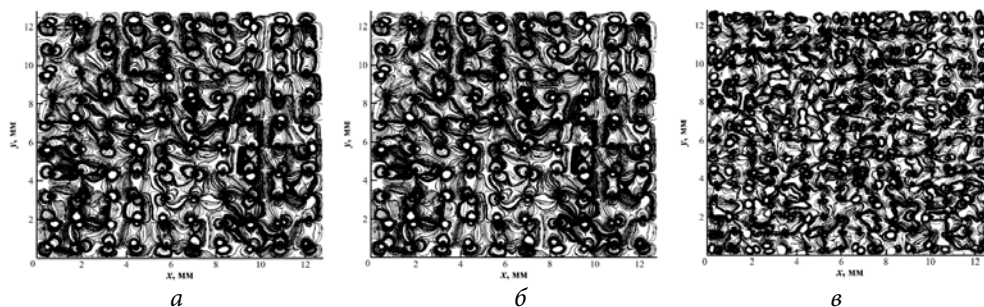


Рис. 1. Вихревые течения в момент времени 253 мкс при различном количестве частиц:

a — 25; *б* — 100; *в* — 256

движущихся со скоростью 1 м/с. Как показали расчеты, вихревая структура в начальные моменты времени полностью определяется количеством частиц, их ориентацией в пространстве и направлением движения. Амплитуда возмущений, согласно соотношению (3), определяется диаметром частиц и пропорциональна его квадрату. Для количественного описания течения при различном числе частиц было предложено использовать зависимость среднего модуля скорости от времени. Такая зависимость позволяет оценить удельную кинетическую энергию течения с помощью пространственно-осредненных величин.

На рис. 2 представлена зависимость среднего модуля скорости течения от времени при различном числе частиц, указанном в верхнем правом углу рис. 2, и диаметре 100 мкм. Процесс довольно быстро выходит на пиковую энергию, после чего начинает постепенно затухать. Это обусловлено двумя процессами: во-первых, частицы тормозятся под действием силы сопротивления, а во-вторых, частицы, которые находятся на краях области, вылетают за ее пределы, что зависит от направления их движения, которое разыгрывается случайным образом. Наблюдается довольно четкий перегиб в области 35 мс, связанный с тем, что все частицы останавливаются или вылетают за границу области решения задачи. Рост энергии в начальные моменты времени связан с передачей импульса от частиц газу согласно уравнениям (3), (4). Однако в какой-то момент времени область движения покидает так много частиц, что доминирующую роль в балансе энергии начинает играть диссипация, обусловленная вязкостью.

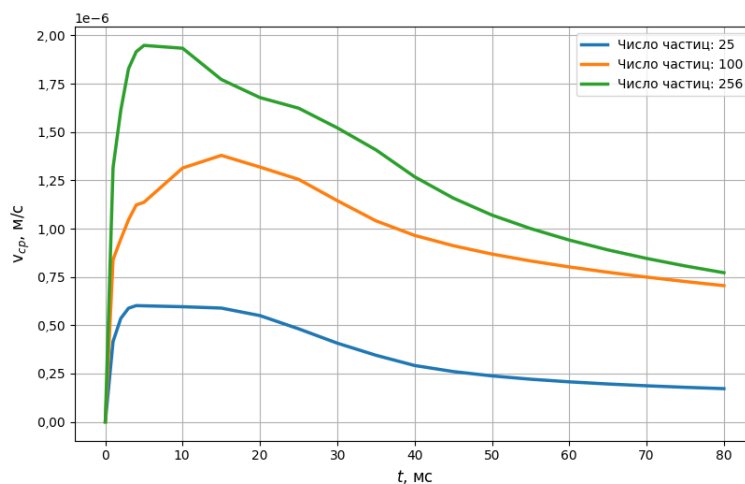


Рис. 2. Зависимость величины $\overline{|\vec{u}|}$ от времени (диаметр микрочастиц 100 мкм)

При анализе турбулентных течений наиболее информативной характеристикой является спектр кинетической энергии турбулентного течения. Он позволяет определить энергию всех гармоник с заданным модулем волнового вектора независимо от его направления. При вычислении спектральной плотности энергии обычно опираются на фундаментальный закон Колмогорова — Обухо-

ва для трехмерной однородной изотропной турбулентности. На рис. 3 представлен спектр кинетической энергии течения в логарифмическом масштабе. В момент времени, соответствующий началу движения газовой среды, основная энергия течения приходится на волновые числа, соответствующие расстоянию между частицами, что является интуитивно понятным и корректным. На начальных стадиях процесса большую роль играет интервал коротковолновых масштабов l , каждому из которых соответствует волновое число $k = 2\pi/l$. В силу того что характерный размер частиц в приведенном на рис. 3 спектре составляет 100 мкм, область диссипации перекрывается мелкомасштабными вихрями, наблюдаемыми на рис. 1.

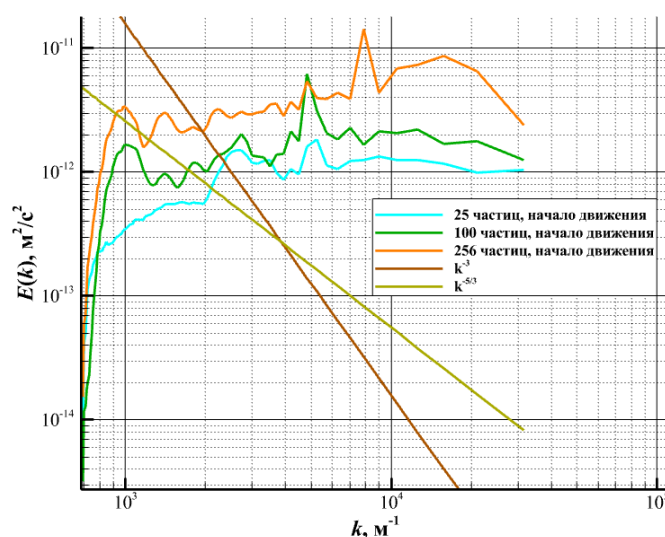


Рис. 3. Спектр кинетической энергии турбулентного течения в момент времени 253 мкс

Определенный интерес представляет анализ течения в момент времени, соответствующий затуханию процесса, что обеспечивается вылетом частиц за границу области движения. В таком случае газовая среда не получает энергию, и течение затухает под действием вязких сил. На рис. 4 представлены вихревые структуры, генерируемые взаимодействием мелкомасштабных вихрей между собой, на стадии затухания. Вихри в тонких слоях жидкости могут объединяться между собой при подводе энергии к системе, что подтверждается не только численными экспериментами, но и натурными. Однако в [25], где рассматривался трехмерный случай, на стадии затухания вихревые течения также склонны к образованию более устойчивых крупномасштабных структур. Таким образом, полученные вихри обусловлены следующим: усиление упорядоченности в поле течений при ослаблении турбулентных пульсаций (которые в данной задаче имитируют активные микрочастицы) и характерная особенность квазидвумерной турбулентности — обратный энергетический каскад.

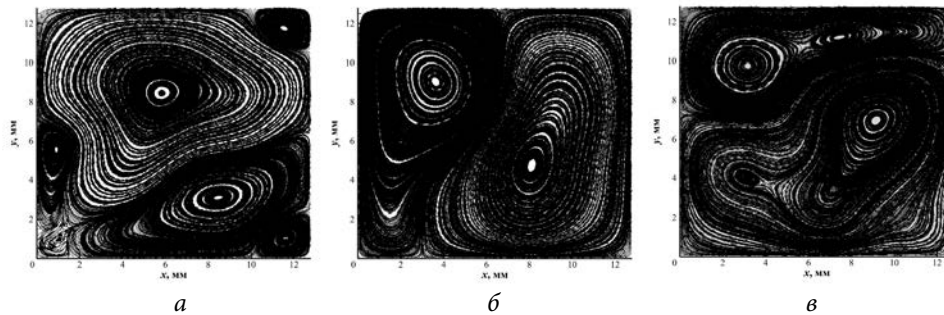


Рис. 4. Вихревые течения в момент времени 80 мс при различном количестве частиц:
 а — 25; б — 100; в — 256

Спектральная плотность кинетической энергии течения газа на стадии затухания при различном количестве частиц представлена на рис. 5. Здесь в инерционной области наблюдается энстрофийный каскад k^{-3} и обратный энергетический каскад $k^{-5/3}$, обеспечивающий слияние вихрей малого размера между собой. Помимо этого пиковые значения спектров отвечают характерным масштабам наблюдаемых на рис. 4 вихревых течений (~0,5 мм).

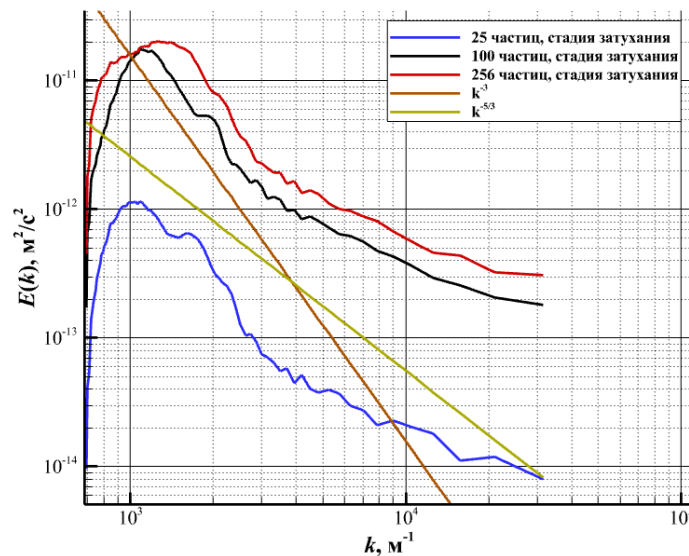


Рис. 5. Спектр кинетической энергии турбулентного течения в момент времени 80 мс

Заключение. Анализ результатов математического моделирования среды, формируемой самодвижущимися активными микрочастицами, показал, что такая модель адекватно воспроизводит основные выводы теории Колмогорова, подтверждаемой результатами лабораторных экспериментов.

Применение компьютерного моделирования при задании хаотических возмущений потока позволило получить стационарные вихревые структуры и

конфигурации течений, соответствующих разным масштабам турбулентного потока. Используемая модель динамики газа позволяет наблюдать эволюцию затухающей турбулентности. Показано, что под действием вязких сил при отсутствии источников энергии вихревые течения также склонны к формированию более крупных структур.

Предложенная модель активной материи позволяет решать широкий класс задач. Однако она не учитывает стерические взаимодействия между частицами и предполагает статистическую независимость каждой частицы ансамбля друг от друга. Столкновение между частицами реализовано посредством обмена импульсами, что является не совсем корректным. Эти проблемы решаются путем добавления соответствующих слагаемых в уравнение динамики частиц.

Литература

- [1] Frisch U. *Turbulence: the legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995.
- [2] Bialké J., Speck T., Löwen H. Crystallization in a dense suspension of self-propelled particles. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, vol. 108, no. 16, art. 168301. DOI: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.108.168301>
- [3] Purcell E.M. Life at low Reynolds number. *Am. J. Phys.*, 1977, vol. 45, no. 3. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.10903>
- [4] Bourgoin M., Kervil R., Cottin-Bizonne C. et al. Kolmogorovian active turbulence of a sparse assembly of interacting Marangoni surfers. *Phys. Rev. X*, 2020, vol. 10, no. 2, art. 021065. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.10.021065>
- [5] Dunkel J., Heidenreich S., Drescher K. et al. Fluid dynamics of bacterial turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, vol. 110, no. 22, art. 228102. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.228102>
- [6] Kourbane-Houssene M., Erignoux C., Bodineau T. et al. Exact hydrodynamic description of active lattice gases. *Phys. Rev. Lett.*, 2018, vol. 120, no. 26, art. 268003. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.268003>
- [7] Klamser J.U., Kapfer S.C., Krauth W. Thermodynamic phases in two-dimensional active matter. *Nat. Commun.*, 2018, vol. 9, art. 5045. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41467-018-07491-5>
- [8] Sadjadi Z., Shaebani M.R., Rieger H. et al. Persistent-random-walk approach to anomalous transport of self-propelled particles. *Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.*, 2015, vol. 91, no. 6, art. 062715. DOI: <https://doi.org/10.1103/physreve.91.062715>
- [9] Shaebani M.R., Sadjadi Z., Sokolov I.M. et al. Anomalous diffusion of self-propelled particles in directed random environments. *Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.*, 2014, vol. 90, no. 3, art. 030701. DOI: <https://doi.org/10.1103/physreve.90.030701>
- [10] Levis D., Berthier L. Clustering and heterogeneous dynamics in a kinetic Monte Carlo model of self-propelled hard disks. *Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.*, 2014, vol. 89, no. 6, art. 062301. DOI: <https://doi.org/10.1103/physreve.89.062301>
- [11] Najafi J., Shaebani M.R., John T. et al. Flagellar number governs bacterial spreading and transport efficiency. *Sci. Adv.*, 2018, vol. 4, no. 9, art. eaar6425. DOI: <https://doi.org/10.1126/sciadv.aar6425>
- [12] Hafner A.E., Santen L., Rieger H. et al. Run-and-pause dynamics of cytoskeletal motor proteins. *Sci. Rep.*, 2016, vol. 16, no. 6, art. 37162. DOI: <https://doi.org/10.1038/srep37162>

- [13] Toner J., Tu Y. Folks, herds, and schools: a quantitative theory of flocking. *Phys. Rev. E*, 1998, vol. 58, no. 4, art. 4828. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.58.4828>
- [14] Toner J., Tu Y., Ramaswamy S. Hydrodynamics and phases of flocks. *Ann. Phys.*, 2005, vol. 318, no. 1, pp. 170–244. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aop.2005.04.011>
- [15] Ramaswamy S. The mechanics and statistics of active matter. *Annu. Rev. Cond. Mat. Phys.*, 2010, vol. 1, 323–345. DOI: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-070909-104101>
- [16] Swift J., Hohenberg P.C. Hydrodynamic fluctuations at the convective instability. *Phys. Rev. A*, 1977, vol. 15, no. 1, art. 319. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.15.319>
- [17] Stomka J., Dunkel J. Generalized Navier-Stokes equations for active suspensions. *Eur. Phys. J. Special Topics*, 2015, vol. 224, no. 7, pp. 1349–1358. DOI: <http://dx.doi.org/10.1140/epjst/e2015-02463-2>
- [18] Linkmann M., Boffetta G., Marchetti M.C. et al. Phase transition to large scale coherent structures in two-dimensional active matter turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 2019, vol. 122, no. 21, art. 214503. DOI: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.122.214503>
- [19] Stomka J., Dunkel J. Spontaneous mirror-symmetry breaking induces inverse energy cascade in 3D active fluids. *PNAS*, 2017, vol. 114, no. 9, pp. 2119–2124. DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.1614721114>
- [20] McGrattan K., McDermott R., Weinschenk C. et al. Fire dynamics simulator, technical reference guide. NIST, 2013.
- [21] Deardorff J.W. Stratocumulus-capped mixed layers derived from a three-dimensional model. *Boundary-Layer Meteorol.*, 1980, vol. 18, no. 4, pp. 495–527. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00119502>
- [22] Pope S.B. Turbulent flows. Cambridge University Press, 2000.
- [23] Sweet R.A. Direct methods for the solution of Poisson’s equation on a staggered grid. *J. Comput. Phys.*, 1973, vol. 12, no. 3, pp. 422–428. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(73\)90164-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(73)90164-2)
- [24] Crowe C., Sommerfeld M., Tsuji Y. Multiphase flows with droplets and particles. CRC Press, 1998.
- [25] Иванов М.Ф., Киверин А.Д., Шевелкина Е.Д. Эволюция вихревых возмущений на различных стадиях турбулентных течений. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, № 8. DOI: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2013-8-870>

Беляев Александр Николаевич — студент кафедры «Физика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Киверин Алексей Дмитриевич, кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией Вычислительной физики Объединенного института высоких температур Российской академии наук (ОИВТ РАН), доцент кафедры «Физика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Беляев А.Н. Численный анализ вихревых структур в активной материи. *Политехнический молодежный журнал*, 2021, № 09(62). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2021-09-736>

NUMERICAL ANALYSIS OF VORTEX STRUCTURES IN ACTIVE MATTER

A.N. Belyaev

razorzeroxyyy@gmail.com

SPIN-code: 3095-5114

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

By means of mathematical modeling the author studied the features of the development of vortex structures formed by the action of the Stokes force from the side of self-propelled active particles immersed in a liquid. A two-phase model is proposed, within which the carrier medium is a continuum, and each particle obeys the given laws of motion. Based on the simulation results analysis, it can be concluded that at the initial moment of time, the main part of the flow kinetic energy falls on the scale corresponding to the average distance between microparticles, and at the decay stage — to the characteristic size of vortex structures developing on the scale of the region of particle motion. The effect of the reverse cascade was also discovered, which consists in the fact that the vortex structures become larger as a result of interaction with each other.

Keywords

Numerical modeling, active matter, turbulence, reverse cascade, enlargement of structures, particles in gas, nonlinear dynamics, energy spectra

Received 26.07.2021

© Bauman Moscow State Technical University, 2021

References

- [1] Frisch U. Turbulence: the legacy of A. N. Kolmogorov. Cambridge University Press, 1995.
- [2] Bialké J., Speck T., Löwen H. Crystallization in a dense suspension of self-propelled particles. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, vol. 108, no. 16, art. 168301. DOI: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.108.168301>
- [3] Purcell E.M. Life at low Reynolds number. *Am. J. Phys.*, 1977, vol. 45, no. 3. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.10903>
- [4] Bourgoin M., Kervil R., Cottin-Bizonne C. et al. Kolmogorovian active turbulence of a sparse assembly of interacting Marangoni surfers. *Phys. Rev. X*, 2020, vol. 10, no. 2, art. 021065. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.10.021065>
- [5] Dunkel J., Heidenreich S., Drescher K. et al. Fluid dynamics of bacterial turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, vol. 110, no. 22, art. 228102. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.228102>
- [6] Kourbane-Houssene M., Erignoux C., Bodineau T. et al. Exact hydrodynamic description of active lattice gases. *Phys. Rev. Lett.*, 2018, vol. 120, no. 26, art. 268003. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.268003>
- [7] Klamser J.U., Kapfer S.C., Krauth W. Thermodynamic phases in two-dimensional active matter. *Nat. Commun.*, 2018, vol. 9, art. 5045. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41467-018-07491-5>
- [8] Sadjadi Z., Shaebani M.R., Rieger H. et al. Persistent-random-walk approach to anomalous transport of self-propelled particles. *Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.*, 2015, vol. 91, no. 6, art. 062715. DOI: <https://doi.org/10.1103/physreve.91.062715>

-
- [9] Shaebani M.R., Sadjadi Z., Sokolov I.M. et al. Anomalous diffusion of self-propelled particles in directed random environments. *Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.*, 2014, vol. 90, no. 3, art. 030701. DOI: <https://doi.org/10.1103/physreve.90.030701>
- [10] Levis D., Berthier L. Clustering and heterogeneous dynamics in a kinetic Monte Carlo model of self-propelled hard disks. *Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.*, 2014, vol. 89, no. 6, art. 062301. DOI: <https://doi.org/10.1103/physreve.89.062301>
- [11] Najafi J., Shaebani M.R., John T. et al. Flagellar number governs bacterial spreading and transport efficiency. *Sci. Adv.*, 2018, vol. 4, no. 9, art. eaar6425. DOI: <https://doi.org/10.1126/sciadv.aar6425>
- [12] Hafner A.E., Santen L., Rieger H. et al. Run-and-pause dynamics of cytoskeletal motor proteins. *Sci. Rep.*, 2016, vol. 16, no. 6, art. 37162. DOI: <https://doi.org/10.1038/srep37162>
- [13] Toner J., Tu Y. Folks, herds, and schools: A quantitative theory of flocking. *Phys. Rev. E*, 1998, vol. 58, no. 4, art. 4828. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.58.4828>
- [14] Toner J., Tu Y., Ramaswamy S. Hydrodynamics and phases of flocks. *Ann. Phys.*, 2005, vol. 318, no. 1, pp. 170–244. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aop.2005.04.011>
- [15] Ramaswamy S. The mechanics and statistics of active matter. *Annu. Rev. Cond. Mat. Phys.*, 2010, vol. 1, 323–345. DOI: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-070909-104101>
- [16] Swift J., Hohenberg P.C. Hydrodynamic fluctuations at the convective instability. *Phys. Rev. A*, 1977, vol. 15, no. 1, art. 319. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.15.319>
- [17] Stomka J., Dunkel J. Generalized Navier-Stokes equations for active suspensions. *Eur. Phys. J. Special Topics*, 2015, vol. 224, no. 7, pp. 1349–1358. DOI: <http://dx.doi.org/10.1140/epjst/e2015-02463-2>
- [18] Linkmann M., Boffetta G., Marchetti M.C. et al. Phase transition to large scale coherent structures in two-dimensional active matter turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 2019, vol. 122, no. 21, art. 214503. DOI: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.122.214503>
- [19] Stomka J., Dunkel J. Spontaneous mirror-symmetry breaking induces inverse energy cascade in 3D active fluids. *PNAS*, 2017, vol. 114, no. 9, pp. 2119–2124. DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.1614721114>
- [20] McGrattan K., McDermott R., Weinschenk C. et al. Fire dynamics simulator, technical reference guide. NIST, 2013.
- [21] Deardorff J.W. Stratocumulus-capped mixed layers derived from a three-dimensional model. *Boundary-Layer Meteorol.*, 1980, vol. 18, no. 4, pp. 495–527. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00119502>
- [22] Pope S.B. Turbulent flows. Cambridge University Press, 2000.
- [23] Sweet R.A. Direct methods for the solution of Poisson's equation on a staggered grid. *J. Comput. Phys.*, 1973, vol. 12, no. 3, pp. 422–428. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(73\)90164-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(73)90164-2)
- [24] Crowe C., Sommerfeld M., Tsuji Y. Multiphase flows with droplets and particles. CRC Press, 1998.
- [25] Ivanov M.F., Kiverin A.D., Shevelkina E.D. Evolution of vertex disturbances at various stages of turbulent flows. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2013, № 8. DOI: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2013-8-870>

Numerical analysis of vortex structures in active matter

Belyaev A.N. — Student, Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Kiverin A.D., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Head of the Computational Physics Laboratory of the Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences (JIHT RAS), Assoc. Professor, Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Please cite this article in English as:

Belyaev A.N. Numerical analysis of vortex structures in active matter. *Politekhicheskiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical student journal], 2021, no. 09(62). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2021-09-736.html> (in Russ.).