

## ОПТИМИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ВАКЦИНАЦИЕЙ И ИЗОЛЯЦИЕЙ В ЭПИДЕМИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ

А.В. Маслаков

samual-strela@mail.ru

SPIN-код: 1979-1897

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

На фоне распространения коронавирусной инфекции вводятся различные меры контроля для предотвращения ее дальнейшего распространения. Крайне важно оценить действие подобных мер на динамику эпидемии. В приведенной работе рассмотрены компартментные модели, применяемые в математической эпидемиологии для описания динамики эпидемий, расширенные для описания мер контроля в виде вакцинации и изоляции на примере заболевания корью. Поставлена задача оптимального управления режимами вакцинации и изоляции. Получено численное решение задачи при различных значениях весового коэффициента и порога управляющего воздействия для оценки их влияния на эффективность мер контроля. Получена близкая к линейной зависимость эффективности мер контроля от порога управляющего воздействия.

### Ключевые слова

Математическая эпидемиология, корь, модель SEIR, карантин, изоляция, вакцинация, оптимальное управление, коронавирус

Поступила в редакцию 29.07.2021

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021

---

**Введение.** В декабре 2019 г. в Ухани произошла вспышка атипичной пневмонии, которая была отнесена к новому коронавирусу зоонозного происхождения, вызывающему тяжелый острый респираторный синдром SARS — CoV-2 [1]. Болезнь распространилась в более чем 100 странах мира. По состоянию на 16 июня 2020 г. во всем мире было зарегистрировано в общей сложности 8 044 683 случая COVID-19, при этом 437 131 человек умерли, а общий коэффициент летальности составил 5,43 % [2]. Для предотвращения распространения болезни был принят ряд мер, целые города были помещены на карантин. Эти меры контроля привели к значительному нарушению социальной и экономической структуры во всем мире [3]. Таким образом, крайне важно оценить воздействие сбалансированных мер контроля на динамику эпидемии.

Эпидемия COVID-19 радикально трансформировала отношение к задачам математической эпидемиологии [4], связав их решение с глобальными проблемами экономики и социальной динамики. Детально разработанные и ставшие классическими компартментные модели, традиционно применяемые в математической эпидемиологии, наряду с динамикой заболеваемости вполне адекватно описывают также и эффект общепринятых мер эпидемического контроля — вакцинации, карантина, изоляции, профилактики. Так, в работе [5] рассмотрена модель изоляции

с учетом ограниченности доступных ресурсов, а в работе [6] представлена динамическая модификация условия для учета ограничения общей емкости изоляции.

Ограничения временных и экономических ресурсов в условиях эпидемической ситуации определяют не только целесообразность, но и необходимость использования теории оптимального управления, предоставляющей рациональное обоснование для планирования и выбора наилучших (по вполне определенным принятым критериям) стратегий противодействия эпидемии. Известно применение методов теории оптимального управления для планирования эффективных мер борьбы с детскими инфекционными заболеваниями, ВИЧ/СПИД, туберкулезом, гриппом [7].

Сложившаяся ситуация с SARS — CoV-2 придала новое значение проблемам эпидемиологии. В данной работе выполнено численное решение задачи оптимального управления для режимов вакцинации и изоляции с использованием хорошо изученных данных по заболеванию корью. Расчет проведен при различных значениях порога управляющего воздействия для оценки его влияния на эффективность мер контроля.

**Модель вакцинации.** Модель *SEIR* (*Susceptible, Exposed (but not infectious) Infectious and Recovered* — восприимчивый, подверженный воздействию (но не заразный), зараженный и выздоровевший) — это эпидемиологическая компартментная модель, используемая для прогнозирования динамики инфекционного заболевания. К основным допущениям классической компартментной модели относят [8]:

- инфицированные и восприимчивые популяции смешаны однородно;
- заражение может произойти только один раз;
- число контактов в единицу времени постоянно;
- индивидуальные различия в популяции не учитываются;
- вероятность заражения индивидов усреднена по популяции.

В эпидемиологической литературе термин «компаратмент» обычно относится к разделению гетерогенной популяции на несколько однородных групп по признакам взаимодействия с инфекционными агентами. Так, в модели *SEIR* выделяют следующие группы:

$S(t)$  — численность группы индивидов, восприимчивых к инфекции;

$E(t)$  — численность группы бессимптомных индивидов;

$I(t)$  — численность группы зараженных индивидов;

$R(t)$  — численность группы восстановленных индивидов, приобретших иммунитет к данному заболеванию.

Кинетический граф модели *SEIR* с вакцинацией представлен на рис. 1.

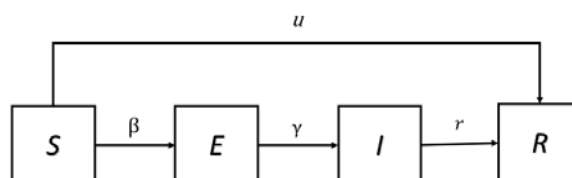


Рис. 1. Кинетический граф модели *SEIR* с вакцинацией [9]

Динамика заболеваемости в *SEIR* модели с вакцинацией (см. рис. 1) задается системой обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ):

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \zeta N - \beta SI - uS - \mu S; \\ \frac{dE}{dt} = \beta SI - \gamma E - \mu E; \\ \frac{dI}{dt} = \gamma E - rI - \mu I; \\ \frac{dR}{dt} = rI + uS - \mu R; \end{cases} \quad (1)$$

$$N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t).$$

**Параметры модели *SEIR*.** Параметры модели описывают скорости перехода между выделенными группами:

- $\beta$  — скорость инфицирования;
- $\gamma$  — частота развития симптомов;
- $r$  — скорость выздоровления;
- $\zeta$  — коэффициент рождаемости;
- $\mu$  — коэффициент естественной смертности;
- $u$  — скорость вакцинации.

В рассматриваемом варианте модели *SEIR* предполагается, что популяция на временном интервале развития эпидемии сбалансирована по общей численности — естественная смертность уравновешивается рождаемостью,  $N = \text{const}$ .

Цель вакцинации — выработка активного специфического иммунного ответа организма на возбудителя заболевания. Вакцинированные индивиды из группы восприимчивых *S* приобретают иммунитет и переходят в группу восстановленных *R*. Классическая модель *SEIR* расширяется добавлением управления — скорости вакцинации  $u$  (см. рис. 1).

Снижение эффективности вакцинации связано с неидеальностью вакцин, ограниченным сроком хранения препаратов, а также наличием в популяции индивидов, предпочитающих не вакцинироваться по немедицинским причинам [10].

**Оптимальное управление режимом вакцинации.** С учетом затрат на внедрение средств противоэпидемического контроля при ограниченности ресурсов необходим компромисс между снижением общего числа инфицированных и расходами на реализацию мер противоэпидемического контроля. Необходимость такого выбора приводит к постановке задачи оптимального управления режимом вакцинации.

Для решения задачи оптимального управления режимом вакцинации использовалась модель *SEIR*, описываемая системой ОДУ (1). В качестве примера для численных оценок взяты доступные в литературе параметры, характеризующие такое заболевание, как корь [4]:

$$\zeta = \mu = 0,02 \text{ год}^{-1}; \quad (2)$$

$$\gamma^{-1} = 9,49 \text{ сут}; \quad (3)$$

$$r^{-1} = 3,65 \text{ сут}; \quad (4)$$

$$\beta = 0,0018 \text{ год}^{-1}. \quad (5)$$

Существует ограничение управления, накладываемое на скорость вакцинации  $u$ . Ограничение такого рода связано с предельно доступной максимальной пропускной способностью пунктов вакцинации:

$$0 \leq u \leq U_{\text{lim}},$$

где  $u$  — скорость вакцинации, имеющая смысл декремента относительного уменьшения числа восприимчивых индивидов;  $U_{\text{lim}}$  — пороговое значение.

В качестве критерия оптимальности выбран функционал, использованный в работе [7]:

$$J = \frac{1}{TN_0} \int_0^T I(t) dt + \lambda \frac{1}{TU_{\text{lim}}^2} \int_0^T u(t)^2 dt \rightarrow \min_u, \quad (6)$$

где  $T$  — моделируемый интервал времени;  $N_0$  — начальный размер популяции;  $\lambda$  — весовой коэффициент.

Первое слагаемое функционала соответствует общему количеству инфицированных индивидов. Второе слагаемое соответствует количеству доз вакцин. Функционал нормирован на общую численность популяции, максимальную скорость вакцинации и интервал времени. Отметим, что управление в функционале (6) присутствует в виде квадратичного члена [7].

**Результаты численного решения задачи оптимального управления вакцинацией.** Численное решение задачи *оптимального управления* осуществляли с помощью пакета ICLOCS2 — свободно распространяемого программного продукта с открытым исходным кодом [11].

Моделирование проводили на интервале времени  $T = 50$  сут с начальной численностью групп:  $N = 10\,000$ ;  $S = 9\,000$ ;  $E = 0$ ;  $I = 1\,000$ ;  $R = 0$ .

Применяли различные значения весового коэффициента  $\lambda$  и порога управляющего воздействия  $U_{\text{lim}}$  с целью оценки влияния этих параметров на эффективность вакцинации. Под эффективностью здесь понимается относительное уменьшение максимальной численности инфицированных при вакцинации группы восприимчивых:

$$\Delta_{I_{\text{max}}}^{va} = \frac{I_{\text{max}}^0 - I_{\text{max}}^{\text{opt}}}{I_{\text{max}}^0}, \quad (7)$$

где  $I_{\text{max}}^0$  — максимальная численность инфицированных без режима вакцинации;  $I_{\text{max}}^{\text{opt}}$  — максимальная численность инфицированных с режимом оптимального управления скоростью вакцинации.

Затраты, требуемые для достижения пороговой скорости, выражены в виде максимального суточного объема вакцинации  $\Delta_S^{va}$  как относительное уменьшение числа восприимчивых за первые сутки при наличии единственного канала перехода из группы  $S$  — вакцинации [12]:

$$\Delta_S^{va} = \frac{S_0 - S(t_1)}{S_0}, \quad (8)$$

где  $S_0$  — численность группы  $S$  в начальный момент времени;  $t_1 = 1$  сут;  $S(t_1)$  — численность группы  $S$  спустя сутки при условии максимальной скорости вакцинации и отсутствии болезни.

По результатам моделирования, представленным в табл. 1, 2, видно, что уменьшение порога и увеличение весового коэффициента приводит к уменьшению эффективности вакцинации. Зависимость эффективности вакцинации от пороговой скорости для различных весовых коэффициентов близка к линейной (рис. 2). При низком значении весового коэффициента кривые слабо отличаются друг от друга (на рисунке не приведено).

Таблица 1

**Влияние пороговой скорости на эффективность вакцинации при  $\lambda = 0,010$**

Пороговая скорость вакцинации, $U_{lim}$	Максимальный суточный объем вакцинаций, $\Delta_S^{va}$ , %	Эффективность вакцинации, $\Delta_{I_{max}}^{va}$ , %
1,000	63,2	30,55
0,500	39,3	18,28
0,100	9,5	4,17
0,050	4,9	2,06
0,010	1,0	0,25
0,005	0,5	0,08
0,001	0,1	0,01

Таблица 2

**Влияние пороговой скорости на эффективность вакцинации при  $\lambda = 1,000$**

Пороговая скорость вакцинации, $U_{lim}$	Максимальный суточный объем вакцинаций $\Delta_S^{va}$ , %	Эффективность вакцинации, $\Delta_{I_{max}}^{va}$ , %
1,000	63,2	18,6
0,500	39,3	6,41
0,100	9,5	0,30
0,050	4,9	0,08
0,010	1,0	0,01
0,005	0,5	0
0,001	0,1	0

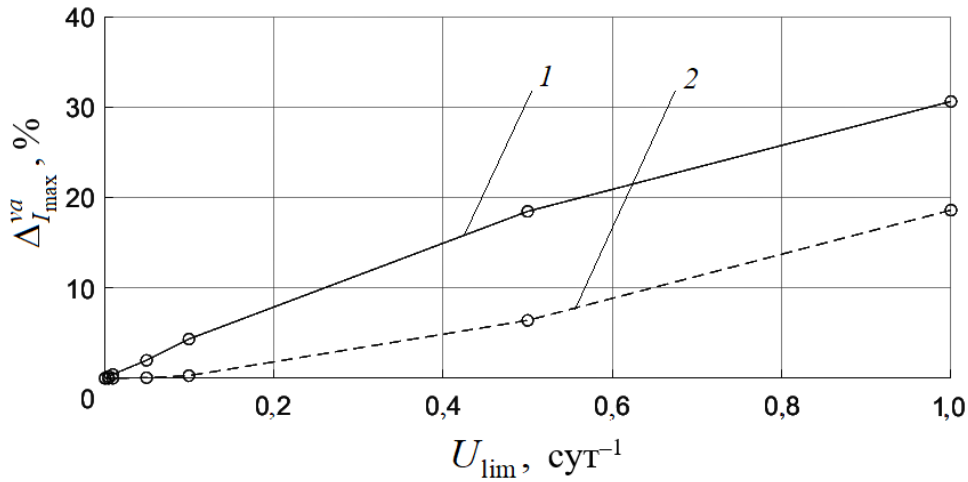


Рис. 2. Зависимость эффективности вакцинации от пороговой скорости:

1 —  $\lambda = 0,001$ ; 2 —  $\lambda = 1,000$

**Модель изоляции.** Карантин и изоляция больных, являющихся переносчиками инфекции, являются критически важной стратегией, которая может сдерживать эпидемические вспышки, эффективно снижая частоту контактов между инфицированными (группа  $I$ ) и восприимчивыми (группа  $S$ ). При условии отсутствия вакцины карантин и изоляция — основная стратегия контроля [7].

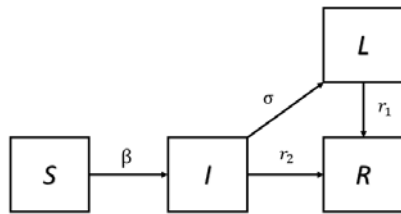


Рис. 3. Кинетический граф модели изоляции

Изоляции подвергаются инфицированные индивиды с выраженными симптомами (группа  $I$ ), карантин применяется к лицам, которые вступили в контакт с инфекционным индивидуумом и могут быть инфицированы, а могут и не быть инфицированы. При моделировании изоляции необходимо добавить к классической модели  $SIR$  новую группу  $L$  (изоляция) — рис. 3.

Динамика численностей групп в модели  $SILR$  (см. рис. 3) описывается системой ОДУ:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \zeta N - \beta SI - \mu S; \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI - \sigma I - r_2 I - \mu I; \\ \frac{dL}{dt} = \sigma I - r_1 L - \mu L; \\ \frac{dR}{dt} = r_2 I + r_1 L - \mu R. \end{cases} \quad (9)$$

Модель *SILR* помимо параметров (2)–(5) содержат параметр  $\sigma$  — скорость изоляции. Поскольку изолированные индивиды, как правило, должны находиться под тщательным медицинским наблюдением, скорость выздоровления  $r$  разделяется на составляющие  $r_1$  и  $r_2$  — скорости выздоровления изолированных и неизолированных индивидов соответственно.

**Оптимальное управление режимом изоляции.** При решении задачи оптимального управления рассматривалась модель, представленная на рис. 3 и описываемая системой (9). Числовые значения параметров также характеризуют заболевание корь (2) – (5).

Для простоты скорости выздоровления изолированных и неизолированных индивидов принимают равными:

$$r_1 = r_2.$$

Такое равенство допустимо при отсутствии мер по лечению заболевания.

Ограничение управляющего воздействия, связанное с ограниченностью ресурсов, имеет следующий вид:

$$0 \leq \sigma \leq \sigma_{\text{lim}},$$

где  $\sigma_{\text{lim}}$  — пороговое значение скорости изоляции.

Функционал задачи оптимального управления учитывает потребность в минимизации общего числа инфицированных и минимизации интенсивности перемещения групп населения в режим изоляции [13]:

$$J = \frac{1}{TN_0} \int_0^T I(t) dt + \lambda \frac{1}{T\sigma_{\text{lim}}^2} \int_0^T \sigma(t)^2 dt \rightarrow \min_{\sigma}.$$

**Результаты численного решения задачи оптимального управления изоляцией.** Для модели *SILR* (см. рис. 3) при длительности интервала времени  $T = 20$  сут и начальной численностью групп  $N = 10\,000$ ;  $S = 9\,000$ ;  $I = 1\,000$ ;  $L = 0$ ;  $R = 0$  влияние изменения значений весового коэффициента  $\lambda$  и порога управляющего воздействия  $\sigma_{\text{lim}}$  на эффективность изоляции приведено в табл. 3, 4.

Аналогично выражениям (7), (8) для режима вакцинации эффективность изоляции и суточное количество изолированных индивидов определяются следующим образом:

$$\Delta_{I_{\text{max}}}^{\text{is}} = \frac{I_{\text{max}}^0 - I_{\text{max}}^{\text{opt}}}{I_{\text{max}}^0};$$

$$\Delta_S^{\text{is}} = \frac{S_0 - S(t_1)}{S_0},$$

где  $I_{\text{max}}^0$  — максимальная численность инфицированных без режима изоляции;  $I_{\text{max}}^{\text{opt}}$  — максимальная численность инфицированных с режимом оптимального

управления скоростью изоляции;  $S_0$  — численность группы  $S$  в начальный момент времени;  $t_1 = 1$  сут;  $S(t_1)$  — численность группы  $S$  спустя сутки при условии максимальной скорости изоляции и отсутствии болезни.

Таблица 3

**Влияние пороговой скорости на эффективность изоляции при  $\lambda = 0,010$**

Пороговая скорость изоляции $\sigma_{lim}$	Максимальное суточное количество изолированных $\Delta_S^{is}$ , %	Эффективность изоляции $\Delta_{I_{max}}^{is}$ , %
1,000	63,2	18,81
0,500	39,3	10,46
0,100	9,5	2,36
0,050	4,9	1,20
0,010	1,0	0,23
0,005	0,5	0,08
0,001	0,1	0,01

Таблица 4

**Влияние пороговой скорости на эффективность изоляции при  $\lambda = 1,000$**

Пороговая скорость изоляции $\sigma_{lim}$	Максимальное суточное количество изолированных $\Delta_S^{is}$ , %	Эффективность изоляции $\Delta_{I_{max}}^{is}$ , %
1,000	63,2	10,31
0,500	39,3	4,59
0,100	9,5	0,31
0,050	4,9	0,08
0,010	1,0	0,01
0,005	0,5	0,01
0,001	0,1	0

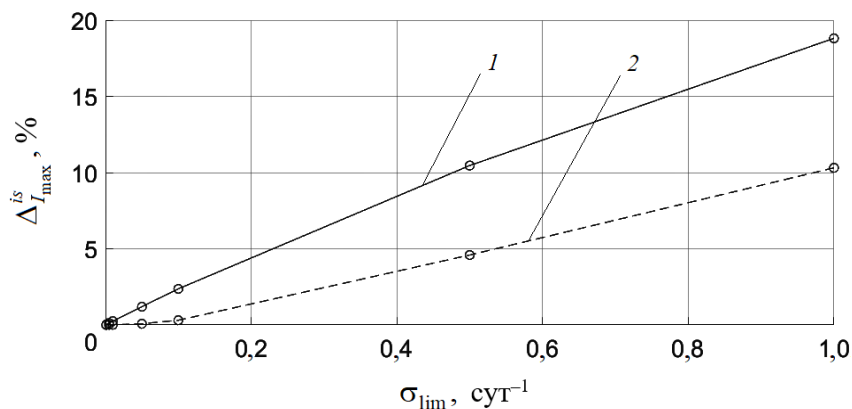


Рис. 4. Зависимость эффективности изоляции от пороговой скорости:

1 —  $\lambda = 0,001$ ; 2 —  $\lambda = 1,000$



Зависимость, приведенная в табл. 3, 4 и на рис. 4, идентична результатам, полученным для режима вакцинации. При этом слабое отличие кривых при низких значениях весового коэффициента для режима изоляции просматривается более явно (на рисунке не приведено).

**Выводы.** По результатам решения задачи оптимального управления режимами вакцинации и изоляции получена близкая к линейной зависимость эффективности рассмотренных мер контроля от пороговой скорости управляющего воздействия. Эффективность мер контроля растет при увеличении пороговой скорости и уменьшении весового коэффициента. При низких значениях весового коэффициента разница между кривыми зависимости эффективности от порога не существенна, наиболее явно это видно для режима изоляции.

Эффективность режима вакцинации превосходит эффективность изоляции примерно в 1,6 раза, однако необходимо учесть упрощение модели изоляции путем исключения группы *E*. Приняв в качестве практически реализуемого порога значение, соответствующее максимальному суточному объему вакцинации или изоляции 9,5 % численности популяции, можно получить эффективность вакцинации 4,1 %, изоляции — 2,3 %.

## Литература

- [1] [1] Zhou P., Yang X.L., Wang X.G. et al. A pneumonia outbreak associated with a new coronavirus of probable bat origin. *Nature*, 2020, vol. 579, no. 7798, pp. 270–273. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2012-7>
- [2] Coronavirus disease 2019 (COVID-19), situation report. *apps.who.int: веб-сайт*. URL: <https://apps.who.int/iris/handle/10665/331686> (дата обращения: 20.12.2020).
- [3] Yang Z., Zeng Z., Wang K. et al. Modified SEIR and AI prediction of the epidemics trend of COVID-19 in China under public health interventions. *J. Thorac. Dis.*, 2020, vol. 12, no. 3, pp. 165–174. DOI: <https://doi.org/10.21037/jtd.2020.02.64>
- [4] Martcheva M. An introduction to mathematical epidemiology. Springer, 2015.
- [5] [5] Hansen E., Day T. Optimal control of epidemics with limited resources. *J. Math. Biol.*, 2011, vol. 62, no. 3, pp. 423–451. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00285-010-0341-0>
- [6] Zhou Y., Wu J., Wu M. Optimal isolation strategies of emerging infectious diseases with limited resources. *Math. Biosci. Eng.*, 2013, vol. 10, no. 5-6, pp. 1691–1701. DOI: <https://doi.org/10.3934/mbe.2013.10.1691>
- [7] Yan X., Zou Y. Control of Epidemics by quarantine and isolation strategies in highly mobile populations. *Int. J. Inform. Syst. Sci.*, 2009, vol. 5, no. 3-4, pp. 271–286.
- [8] Котин В.В., Сычугина А.С. Оптимизация программного управления процедурами вакцинации. *Биомедицинская радиоэлектроника*, 2016, № 7, с. 25–30.
- [9] Котин В.В., Литун Е.И., Литун С.И. Оптимизация последовательного режима вакцинации и оценка областей достижимости. *Биомедицинская радиоэлектроника*, 2017, № 9, с. 29–34.
- [10] Котин В.В., Червяков Н.М. Неопределенность начальных условий в SEIR-модели с вакцинацией. *Биомедицинская радиоэлектроника*, 2019, № 6, с. 40–47.
- [11] ICLOCS2 (Version 2.5). *ee.ic.ac.uk: веб-сайт*. URL: <http://www.ee.ic.ac.uk/ICLOCS/> (дата обращения: 27.12.2020).

- [12] Жуков В.В., Котин В.В. Эффективность, контроль и оптимальность вакцинации. *Биомедицинская радиоэлектроника*, 2018, № 10, с. 52–56.
- [13] Yan X., Zou Y. Optimal and sub-optimal quarantine and isolation control in SARS epidemics. *Math. Comput. Model.*, 2008, vol. 47, no. 1, pp. 235–245. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2007.04.003>

**Маслаков Андрей Владимирович** — магистрант кафедры «Медико-технические информационные технологии», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Научный руководитель** — Котин Владимир Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Медико-технические информационные технологии», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:**

Маслаков А.В. Оптимимальное управление вакцинацией и изоляцией в эпидемической ситуации. *Политехнический молодежный журнал*, 2021, № 11(64). <http://dx.doi.org/11.18698/2541-8009-2021-11-752>

## OPTIMAL MANAGEMENT OF VACCINATION AND ISOLATION IN AN EPIDEMIC SITUATION

A.V. Maslakov

samual-strela@mail.ru

SPIN-код: 1979-1897

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

---

### Abstract

Against the background of the spread of coronavirus infection, various control measures are being introduced to prevent its further spread. It is imperative to assess the impact of such measures on the dynamics of the epidemic. In the above work, the compartment models used in mathematical epidemiology to describe the dynamics of epidemics are considered, extended to describe control measures in the form of vaccination and isolation using the example of measles disease. The task of optimal control of vaccination and isolation regimes is set. A numerical solution to the problem is obtained for various values of the weight coefficient and the threshold of the control action to assess their influence on the effectiveness of control measures. A close to linear dependence of the effectiveness of control measures on the threshold of control action was obtained.

### Keywords

Mathematical epidemiology, measles, SEIR model, quarantine, isolation, vaccination, optimal management, coronavirus

Received 29.07.2021

© Bauman Moscow State Technical University, 2021

---

### References

- [1] Zhou P., Yang X.L., Wang X.G. et al. A pneumonia outbreak associated with a new coronavirus of probable bat origin. *Nature*, 2020, vol. 579, no. 7798, pp. 270–273. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2012-7>
- [2] Coronavirus disease 2019 (COVID-19), situation report. *apps.who.int: website* (in Russ.). URL: <https://apps.who.int/iris/handle/10665/331686> (accessed: 20.12.2020)
- [3] Yang Z., Zeng Z., Wang K. et al. Modified SEIR and AI prediction of the epidemics trend of COVID-19 in China under public health interventions. *J. Thorac. Dis.*, 2020, vol. 12, no. 3, pp. 165–174. DOI: <https://doi.org/10.21037/jtd.2020.02.64>
- [4] Martcheva M. An introduction to mathematical epidemiology. Springer, 2015.
- [5] Hansen E., Day T. Optimal control of epidemics with limited resources. *J. Math. Biol.*, 2011, vol. 62, no. 3, pp. 423–451. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00285-010-0341-0>
- [6] Zhou Y., Wu J., Wu M. Optimal isolation strategies of emerging infectious diseases with limited resources. *Math. Biosci. Eng.*, 2013, vol. 10, no. 5-6, pp. 1691–1701. DOI: <https://doi.org/10.3934/mbe.2013.10.1691>
- [7] Yan X., Zou Y. Control of Epidemics by quarantine and isolation strategies in highly mobile populations. *Int. J. Inform. Syst. Sci.*, 2009, vol. 5, no. 3-4, pp. 271–286.
- [8] Kotin V.V., Sychugina A.S. Cination procedures program control optimization. *Biomeditsinskaya radioelektronika* [Biomedical Radioelectronics], 2016, no. 7, pp. 25–30 (in Russ.).
- [9] Kotin V.V., Litun E.I., Litun S.I. The consecutive vaccination mode optimization and feasible sets estimations. *Biomeditsinskaya radioelektronika* [Biomedical Radioelectronics], 2017, no. 9, pp. 29–34 (in Russ.).

- [10] Kotin V.V., Chervyakov N.M. Uncertainty of initial conditions in a SEIR-model with vaccination. *Biomeditsinskaya radioelektronika* [Biomedical Radioelectronics], 2019, no. 6, pp. 40–47 (in Russ.).
- [11] ICLOCS2 (Version 2.5). *ee.ic.ac.uk: website*. URL: <http://www.ee.ic.ac.uk/ICLOCS/> (accessed: 27.12.2020).
- [12] Zhukov V.V., Kotin V.V. Efficiency, control and optimality of vaccination. *Biomeditsinskaya radioelektronika* [Biomedical Radioelectronics], 2018, no. 10, pp. 52–56 (in Russ.).
- [13] Yan X., Zou Y. Optimal and sub-optimal quarantine and isolation control in SARS epidemics. *Math. Comput. Model.*, 2008, vol. 47, no. 1, pp. 235–245. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2007.04.003>

**Maslakov A.V.** — M. Sc. Student, Department of Medical and Technical Information Technologies, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Scientific advisor** — Kotin V.V., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Medical and Technical Information Technologies, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Please cite this article in English as:**

Maslakov A.V. Optimal management of vaccination and isolation in an epidemic situation. *Politekhnikeskiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical student journal], 2021, no. 11(64). <http://dx.doi.org/11.18698/2541-8009-2021-11-752.html> (in Russ.).