УДК 621.376.4 DOI: 10.18698/2541-8009-2017-3-74

АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СХЕМЫ КОСТАСА ДЛЯ ПРИЕМА 2-ФМ СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ ПОМЕХИ И БЕЛОГО ГАУССОВСКОГО ШУМА

Д.В. Егоров demoredim@yandex.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Проанализированы классическая и модифицированная схемы Костаса для приема 2-ФМ сигнала при наличии детерминированной помехи и белого гауссовского шума. Описаны математические модели схемы Костаса. Представлены имитационные модели и произведен сравнительный анализ двух схем синхронизации

Ключевые слова

Модифицированная схема Костаса, схемы синхронизации, фазовая автоподстройка частоты

Поступила в редакцию 05.12.2016

Схемы синхронизации играют важную роль в современных радиоэлектронных устройствах и подлежат более тщательному изучению. Сегодня в системах синхронизации существуют множество задач, которые остаются нерешенными. Этот вопрос актуален, так как количество элементов в базовых микросхемах неуклонно растет. Также стремительно увеличивается быстродействие цифровых систем, что влечет за собой ошибки в обработке. Двоичная фазовая манипуляция (2-ФМ), с точки зрения помехозащищенности на единицу ширины полосы, является одним из наиболее эффективных способов модуляции двоичных данных. Тем не менее, специалисты в системах связи часто пренебрегают этим видом модуляции, но на самом деле петля Костаса (демодулятор 2-ФМ) не является математически простой, как частотная манипуляция. Петля Костаса — это сложная математическая модель, которая требует более тщательного изучения. В связи с этим в данной работе рассмотрены два вида схемы Костаса.

Математическая модель традиционной схемы Костаса. Рассмотрим математическую модель традиционной схемы Костаса для 2-ФМ сигналов, при которой на полезный информационный сигнал накладываются детерминированная помеха и аддитивный белый гауссовский шум.

Блок-схема петли Костаса приведена на рис. 1, где ФНЧ1, ФНЧ2 и петлевой фильтр — фильтры нижних частот, УГ — управляемый генератор.

Входной сигнал схемы Костаса представляет собой аддитивную смесь 2-ФМ сигнала $s_{\text{с}}(t)$, детерминированной помехи $s_{\text{п}}(t)$ и белого гауссовского шума:

$$s_{\text{вх}}(t) = s_{\text{с}}(t) + s_{\text{п}}(t) + \upsilon(t).$$

Будем считать, что полезный 2-ФМ сигнал и помеха имеют вид

$$s_{\text{с}}(t) = \sqrt{2}A_{\text{с}}M(t)\sin\left(\omega_0 t + \theta_c(t)\right);$$

$$s_{\text{п}}(t)=\sqrt{2}\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}(t)\sin\left[\omega_0 t+\theta_{\text{п}i}(t)\right],$$

где $\sqrt{2}A_{\text{c}}(t)$ и $\sqrt{2}A_{\text{п}i}(t)$ — правило изменения огибающей сигнала и помехи, в нашем случае это медленно изменяющейся по сравнению с колебанием частоты ω_0; $M(t)$ — информационная последовательность (телеграфный сигнал, принимающий значения ± 1); $\theta_{\text{c}}(t)$ и $\theta_{\text{п}i}(t)$ — законы изменения фазы сигнала и помехи.

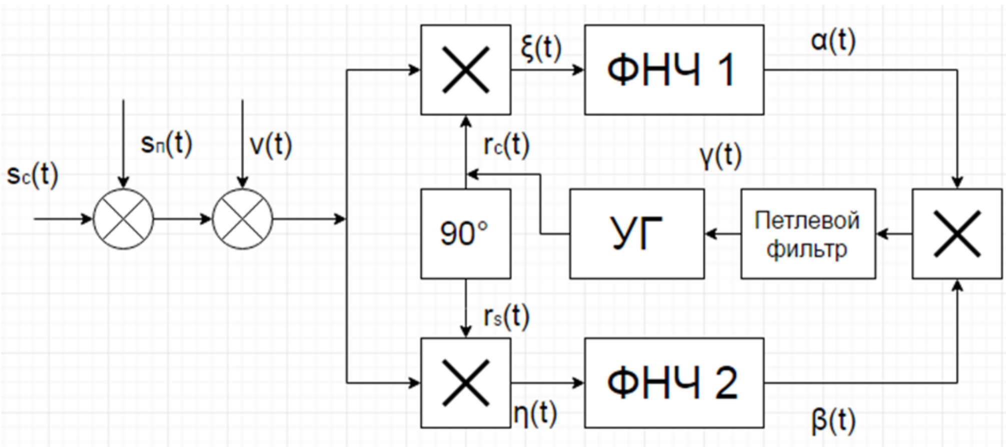

Рис. 1. Функциональная схема традиционной петли Костаса

Аддитивный шум представим в виде

$$\upsilon(t)=\sqrt{2}\upsilon_c(t)\cos(\omega_0 t)-\sqrt{2}\upsilon_s(t)\sin(\omega_0 t),$$

где $\upsilon_c(t)$ и $\upsilon_s(t)$ — некоторые случайные процессы, которые будем считать независимыми и гауссовскими.

Поскольку после перемножителей находятся ФНЧ, которые подавляют гармоники частоты $2\omega_0$, то колебание на выходе одного (верхнего на рис. 1) перемножителя при $r_c(t)=\sqrt{2}A_{\text{г}}\cos\left(\omega_0 t+\theta_{\text{г}}(t)\right)$ приближенно можно записать в виде

$$\alpha(t)=A_{\text{г}}\left[A_c M(t)\sin\left(\theta_{\text{c}}-\theta_{\text{г}}\right)+\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}\sin\left(\theta_{\text{п}i}-\theta_{\text{г}}\right)+\upsilon_c\cos\theta_{\text{г}}+\upsilon_s\sin\theta_{\text{г}}\right];$$

а на выходе другого перемножителя при $r_s(t)=\sqrt{2}A_{\text{г}}\sin\left(\omega_0 t+\theta_{\text{г}}(t)\right)$ в виде

$$\beta(t)=A_{\text{г}}\left[A_c M(t)\cos\left(\theta_{\text{c}}-\theta_{\text{г}}\right)+\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}\cos\left(\theta_{\text{п}i}-\theta_{\text{г}}\right)+\upsilon_c\sin\theta_{\text{г}}-\upsilon_s\cos\theta_{\text{г}}\right].$$

Введем следующие обозначения:

$$\varphi(t)=\theta_{\text{с}}(t)-\theta_{\text{г}}(t);$$

$$\varepsilon_i(t)=\frac{A_{\text{п}i}(t)}{A_c(t)};\ \Delta_i(t)=\theta_{\text{п}i}(t)-\theta_{\text{с}}(t);$$

$$h_1(\varphi,t)=M(t)\sin(\varphi)+\sum_{i=1}^{R}\varepsilon_i(t)\sin(\Delta_i+\varphi);$$

$$h_2(\varphi,t)=M(t)\cos(\varphi)+\sum_{i=1}^{R}\varepsilon_i(t)\cos(\Delta_i+\varphi);$$

$$\upsilon_1(t)=\frac{1}{A_c}\left[\upsilon_c\cos(\theta_{\text{с}}-\varphi)+\upsilon_s\sin(\theta_{\text{с}}-\varphi)\right];$$

$$\upsilon_2(t)=\frac{1}{A_c}\left[\upsilon_c\sin(\theta_{\text{с}}-\varphi)-\upsilon_s\cos(\theta_{\text{с}}-\varphi)\right].$$

Тогда получим, что

$$\alpha(t)=A_{\text{г}}A_c\tilde{\alpha}(t);\beta(t)=A_{\text{г}}A_c\tilde{\beta}(t),$$

где $\tilde{\alpha}(t)=\left[h_1(\varphi,t)+\upsilon_1(t)\right];\tilde{\beta}(t)=\left[h_2(\varphi,t)+\upsilon_2(t)\right]$.

Будем считать, что передаточные функции фильтров ФНЧ1 и ФНЧ2 совпадают и равны $H(s)$. Передаточная функция фильтра ФНЧ3 равна $F(s)$. Путь рассматриваемые передаточные функции фильтров являются дробно-рациональными:

$$H(s)=\frac{A_0+A_1s+\cdots+A_{n_1}s^{n_1}}{B_0+B_1s+\cdots+B_{n_2}s^{n_2}};$$

$$F(s)=\frac{C_0+C_1s+\cdots+C_{m_1}s^{m_1}}{D_0+D_1s+\cdots+D_{m_2}s^{m_2}},$$

где $n_1\le n_2$; $m_1\le m_2$.

Рассмотрим случай $n_1=n_2=n$ и $m_1=m_2=m$. Перейти к случаю $n_1<n_2$ можно приняв $A_n=A_{n-1}=\cdots=A_{n_1+1}=0$. Аналогично для $m_1<m_2$. В этом случае колебания на выходе фильтров ФНЧ1 и ФНЧ2 запишем в символической форме

$$\xi(t)=H(p)\alpha(t);\eta(t)=H(p)\beta(t),$$

а колебание на выходе фильтра ФНЧ3 представим в виде

$$\gamma(t)=F(p)\left[\xi(t)\eta(t)\right].$$

Будем считать, что фаза колебания перестраиваемого генератора связана с управляющим напряжением $\gamma(t)$ зависимостью

$$\frac{d\theta_{\text{г}}}{dt} = k_{\text{г}}\gamma(t),$$

где $k_{\text{г}}$ — некоторый постоянный коэффициент.

В этом случае получаем

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\theta_{\text{с}}}{dt} - \frac{d\theta_{\text{г}}}{dt} = \frac{d\theta_{\text{с}}}{dt} - k_{\text{г}}\gamma(t).$$

В итоге имеем систему дифференциальных уравнений, описывающую работу схемы Костаса:

$$B_0\tilde{\xi} + B_1\tilde{\xi}' + \ldots + B_n\tilde{\xi}^{(n)} = A_0\tilde{\alpha} + A_1\tilde{\alpha}' + \cdots + A_n\tilde{\alpha}^{(n)};$$

$$B_0\tilde{\eta} + B_1\tilde{\eta}' + \cdots + B_n\tilde{\eta}^{(n)} = A_0\tilde{\beta} + A_1\tilde{\beta}' + \cdots + A_n\tilde{\beta}^{(n)};$$

$$D_0\tilde{\gamma} + D_1\tilde{\gamma}' + \cdots + D_m\tilde{\gamma}^{(m)} = C_0\left[\tilde{\xi}\tilde{\eta}\right] + C_1\left[\tilde{\xi}\tilde{\eta}\right]' + \cdots + C_m\left[\tilde{\xi}\tilde{\eta}\right]^{(m)};$$

$$\varphi' = \theta_{\text{с}}' - K\tilde{\gamma},$$

где $\tilde{\xi} = \xi/(A_{\text{г}}A_c)$; $\tilde{\eta} = \eta/(A_{\text{г}}A_c)$; $\tilde{\gamma} = \gamma/(A_{\text{г}}A_c)^2$; $K = k_{\text{г}}(A_{\text{г}}A_c)^2$.

Математическая модель модифицированной схемы Костаса. Рассмотрим математическую модель модифицированной схемы Костаса для 2-ФМ сигналов. Блок-схема модифицированной схемы Костаса показана на рис. 2.

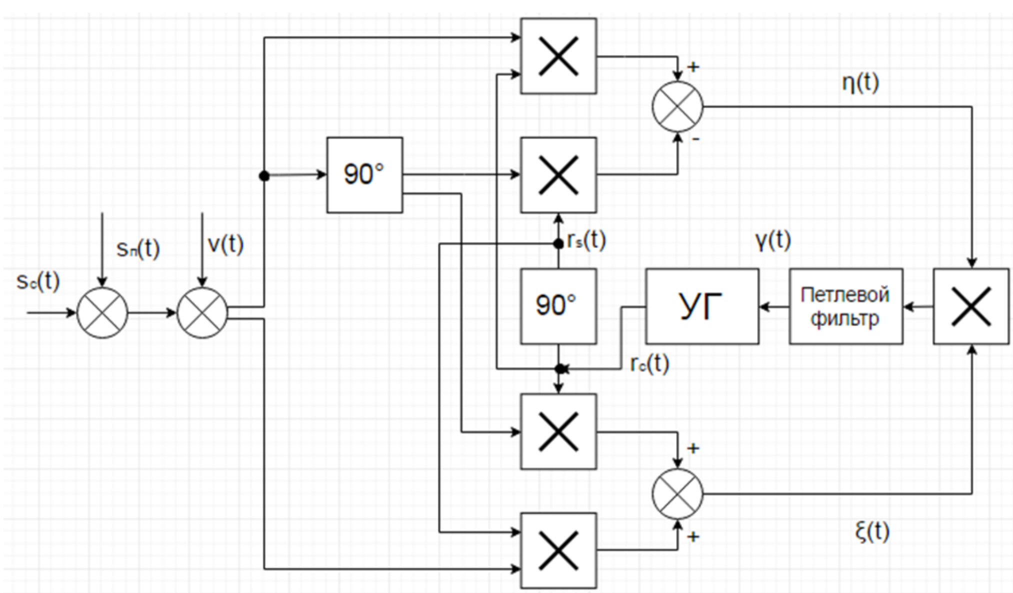

Рис. 2. Функциональная схема модифицированной петли Костаса

Как и в случае с традиционной схемой Костаса, будем считать, что входной сигнал состоит из информационного сигнала $s_{\text{с}}(t)$, воздействующего на него аддитивного белого гауссовского шума $\upsilon(t)$ и детерминированной помехи $s_{\text{п}}(t)$.

$$s_{\text{с}}(t)=\sqrt{2}A_{\text{с}}M(t)\cos\left(\omega_0 t+\theta_c(t)\right);$$

$$s_{\text{п}}(t)=\sqrt{2}\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}(t)\cos\left[\omega_0 t+\theta_{\text{п}i}(t)\right];$$

$$\upsilon(t)=\sqrt{2}\upsilon_c(t)\cos(\omega_0 t)-\sqrt{2}\upsilon_s(t)\sin(\omega_0 t),$$

Как показано на рис. 2, часть входного сигнала поступает на квадратурный фильтр, при этом на выходе имеем:

$$\widehat{s_{\text{вх}}}(t)=\widehat{s_{\text{с}}}(t)+\widehat{s_{\text{п}}}(t)+\hat{\upsilon}(t);$$

где

$$\widehat{s_{\text{с}}}(t)=\sqrt{2}A_{\text{с}}M(t)\sin\left(\omega_0 t+\theta_c(t)\right),$$

$$\widehat{s_{\text{п}}}(t)=\sqrt{2}\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}(t)\sin\left[\omega_0 t+\theta_{\text{п}i}(t)\right],$$

$$\hat{\upsilon}(t)=\sqrt{2}\upsilon_c(t)\sin(\omega_0 t)+\sqrt{2}\upsilon_s(t)\cos(\omega_0 t).$$

Затем квадратурные составляющие сигнала поступают на четыре умножителя. Опишем сигнал на выходе первого умножителя при допущении

$$\omega_0=\omega_\Gamma,$$

где ω_Γ — выходная частота управляемого генератора.

На вход первого умножителя поступает сигнал

$$\begin{aligned}&r_{\text{с}}(t)s_{\text{вх}}(t)=(s_{\text{с}}(t)+s_{\text{п}}(t)+\upsilon(t))\sqrt{2}\cos(\omega_0 t+\theta_{\text{г}})=\\&=M(t)\cos\left(\theta_{\text{с}}(t)-\theta_{\text{г}}\right)+M(t)\cos\left(2\omega_0 t+\theta_{\text{с}}(t)+\theta_{\text{г}}\right)+\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}(t)(\cos\left(\theta_{\text{п}i}(t)-\theta_{\text{г}}\right)+\\&+\upsilon_{\text{с}}\cos\theta_{\text{г}}-\upsilon_s\sin\theta_{\text{г}}+\upsilon_{\text{с}}\cos\left(2\omega_0 t+\theta_{\text{г}}\right)-\upsilon_s\sin\left(2\omega_0 t+\theta_{\text{г}}\right).\end{aligned}$$

На вход второго умножителя поступает сигнал:

$$\begin{aligned}&r_s(t)s_{\text{вх}}(t)=(-1)(s_{\text{с}}(t)+s_{\text{п}}(t)+\upsilon(t))\sqrt{2}\sin(\omega_0 t+\theta_{\text{г}})=\\&=-M(t)\cos\left(\theta_{\text{с}}(t)-\theta_{\text{г}}\right)+M(t)\cos\left(2\omega_0 t+\theta_{\text{с}}(t)+\theta_{\text{г}}\right)+\\&+\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}(t)\left(-\cos\left(\theta_{\text{п}i}(t)-\theta_{\text{г}}\right)+\cos\left(2\omega_0 t+\theta_{\text{п}i}(t)+\theta_{\text{г}}\right)\right)+\\&+\upsilon_{\text{с}}\cos\theta_{\text{г}}-\upsilon_s\sin\theta_{\text{г}}+\upsilon_{\text{с}}\cos\left(2\omega_0 t+\theta_{\text{г}}\right)-\upsilon_s\sin\left(2\omega_0 t+\theta_{\text{г}}\right)\end{aligned}$$

Вычитая аддитивные составляющие значения с выходов первого и второго умножителей получаем в результате:

$$2M(t)\cos\left(\theta_{\text{с}}(t)-\theta_{\text{г}}\right)+2\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}(t)\cos\left(\theta_{\text{п}i}(t)-\theta_{\text{г}}\right).$$

Сигналы на выходе второго сумматора имеют вид:

$$2M(t)\sin\left(\theta_{\text{с}}(t)-\theta_{\text{г}}\right)+2\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}(t)\sin\left(\theta_{\text{п}i}(t)-\theta_{\text{г}}\right).$$

Далее информативная составляющая и ее квадратура вместе с аддитивным гауссовским шумом поступают на вход пятого умножителя, т. е. умножителя в петле обратной связи:

$$\begin{aligned}&\left(2M(t)\cos\left(\theta_{\text{с}}(t)-\theta_{\text{г}}\right)+2\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}(t)\cos\left(\theta_{\text{п}i}(t)-\theta_{\text{г}}\right)\right)\times\\&\times\left(2M(t)\sin\left(\theta_{\text{с}}(t)-\theta_{\text{г}}\right)+2\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}(t)\sin\left(\theta_{\text{п}i}(t)-\theta_{\text{г}}\right)\right)=\\&=4M(t)M(t)\sin\left(2\left(\theta_{\text{с}}(t)-\theta_{\text{г}}\right)\right)+8M(t)\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}(t)\sin\left(2\left(\theta_{\text{п}i}(t)-\theta_{\text{с}}(t)\right)\right)+\\&+8M(t)\sum_{i=1}^{R}A_{\text{п}i}(t)\sin\left(\theta_{\text{п}i}(t)+\theta_{\text{с}}(t)-2\theta_{\text{г}}\right)+4\sum_{i=1}^{R}A^{2}{}_{\text{п}i}(t)\sin\left(2(\theta_{\text{п}i}(t)-\theta_{\text{г}}\right)\end{aligned}$$

При использовании дискриминатора в виде умножителя фазовая ошибка составляет

$$\begin{aligned}&4\sin\left(2\left(\theta_{\text{с}}(t)-\theta_{\text{г}}\right)\right)+8\sin\left(2\left(\theta_{\text{п}i}(t)-\theta_{\text{с}}(t)\right)\right)+\\&+8\sin\left(\theta_{\text{п}i}(t)+\theta_{\text{с}}(t)-2\theta_{\text{г}}\right)+4\sin\left(2\left(\theta_{\text{п}i}(t)-\theta_{\text{г}}\right)\right)\end{aligned}.$$

Моделирование схемы Костаса. Анализ и моделирование схемы Костаса проводятся при следующих характеристиках сигнала. Несущую частоту примем равной 1 МГц, частоту формирования псевдослучайной последовательности — (ПСП) 50 кГц. $A_c = 2\,B$; $A_{\text{п}i}(t)=0\ldots0{,}1B$ по пилообразному изменению огибающей $A_{\text{г}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. ФНЧ 1 и ФНЧ 2 — фильтры Баттерворта 2-го порядка с частотой среза 100 кГц. Частота среза контурного фильтра — 10 кГц. В целом контур ФАП в схемах Костаса имеет второй порядок. В таблице представлены четыре типа дискриминаторов: простое перемножение и прохождение синфазной составляющей через кусочно-линейную функцию, а затем перемножение со второй квадратурой, деление квадратурной составляющей на синфазную, а также арктангенс отношения синфазной и квадратурной составляющих.

Таблица

Типы дискриминаторов в схеме Костаса

Дискриминационная характеристика	Фазовая ошибка
$fd = \alpha(t)\beta(t)$	$\sin(2\Delta\varphi)$
$fd = \mathrm{sign}(\alpha(t))\beta(t)$	$\sin(\Delta\varphi)$
$fd = \beta(t)/\alpha(t)$	$\mathrm{tg}(\Delta\varphi)$
$fd = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{\beta(t)}{\alpha(t)}\right)$	$\Delta\varphi$

На рис. 3 представлена имитационная модель традиционной схемы Костаса, выполненная в среде Simulink. Подсистема «Сигнал» представляет собой смесь сигнала ПСП с 2-ФМ модуляцией и аддитивных составляющих — белого гауссовского шума и детерминированной помехи. Подсистема «ГУН» состоит из двух стандартных блоков «VCO».

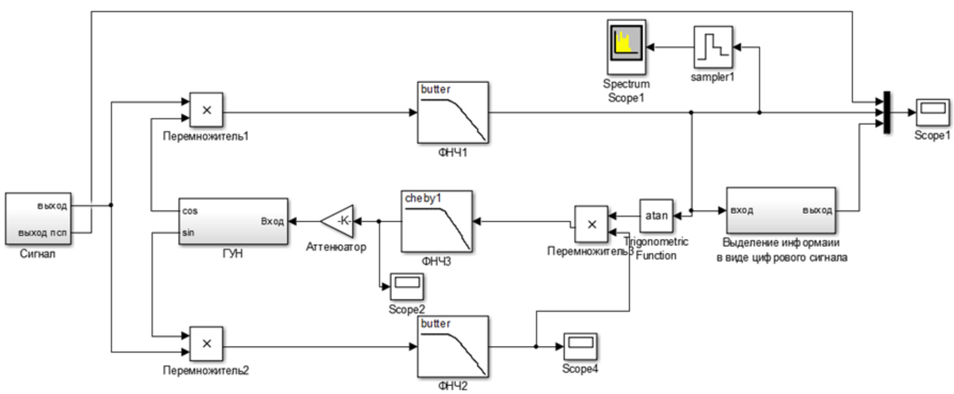

Рис. 3. Имитационная модель традиционной схемы Костаса

На рис. 4 приведена имитационная модель традиционной схемы Костаса, выполненная в среде Simulink. Подсистема «90» состоит из идеального фазовращателя на 90°.

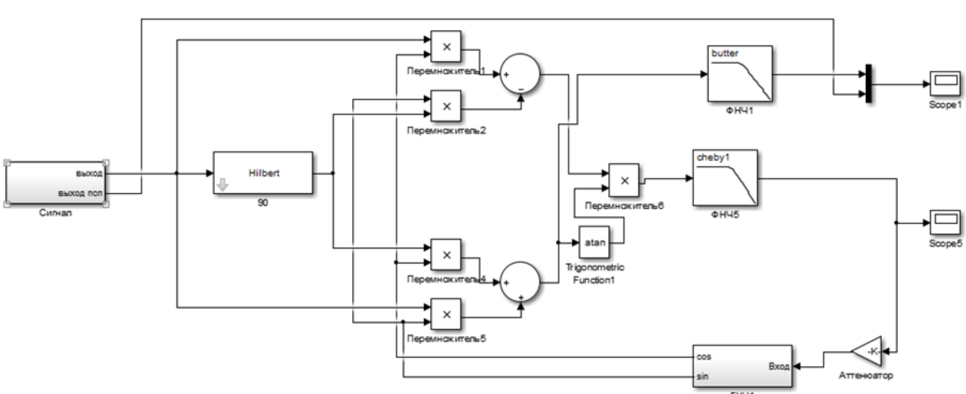

Рис. 4. Имитационная модель модифицированной схемы Костаса

На рис. 5 показаны цифровой поток с ПСП и сигнал на выходе *I*-ветви в традиционной схеме Костаса при использовании четвертого типа дискриминатора.

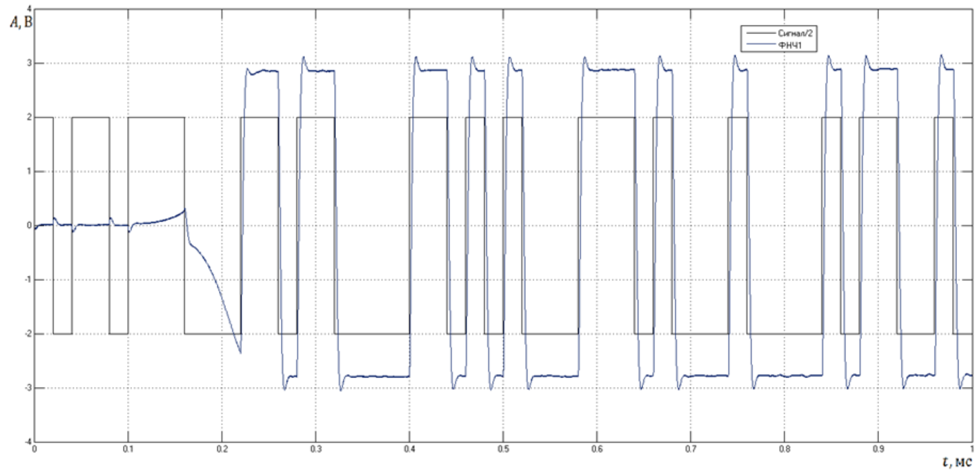

Рис. 5. Переданный и восстановленный потоки ПСП

На рис. 6 представлены переходные процессы на выходе контурного фильтра при $\omega_0 = \omega_Г$, т. е. при полном отсутствии частотного рассогласования несущего и выходного управляемого генераторов. Как видно из рис. 3, время синхронизации у традиционной схемы Костаса меньше в два раза, чем у модифицированной.

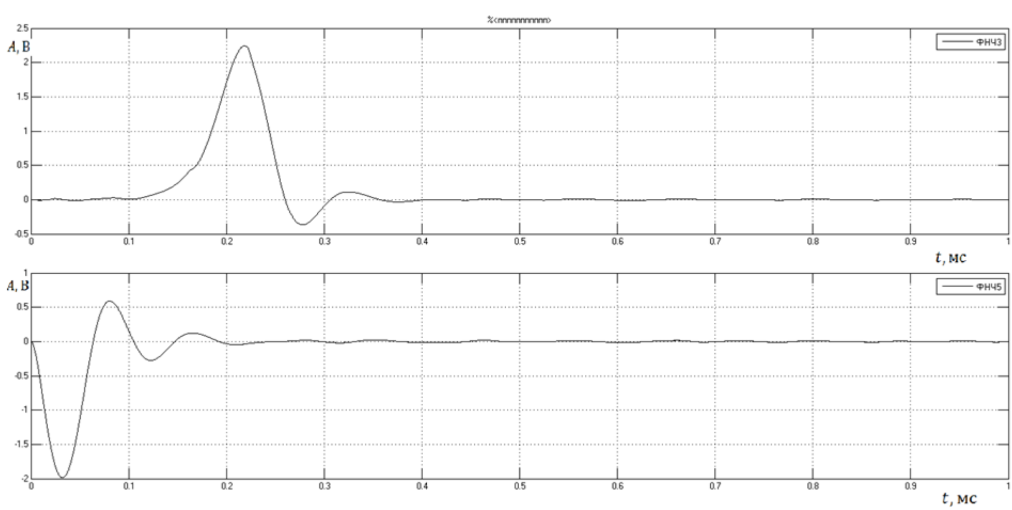

Рис. 6. Переходные процессы на выходе контурного фильтра:

1 — традиционная схема Костаса; *2* — модифицированная схема Костаса ($\omega_0 = 1$ МГц)

При частотном рассогласовании схема Костаса также входит в синхронизм и обеспечивается слежение за фазой, но лишь при рассогласовании не более $\pm 1,5$ кГц. На рис. 7 показаны переходные процессы на выходе контурного фильтра при $\Delta\omega_0 = 3$ кГц, т. е при рассогласовании частоты несущего сигнала и выхода управляемого генератора. Как видно из рис. 4, вхождения в синхронизм не происходит. В традиционной и модифицированной схемах Костаса наступает срыв слежения за фазой.

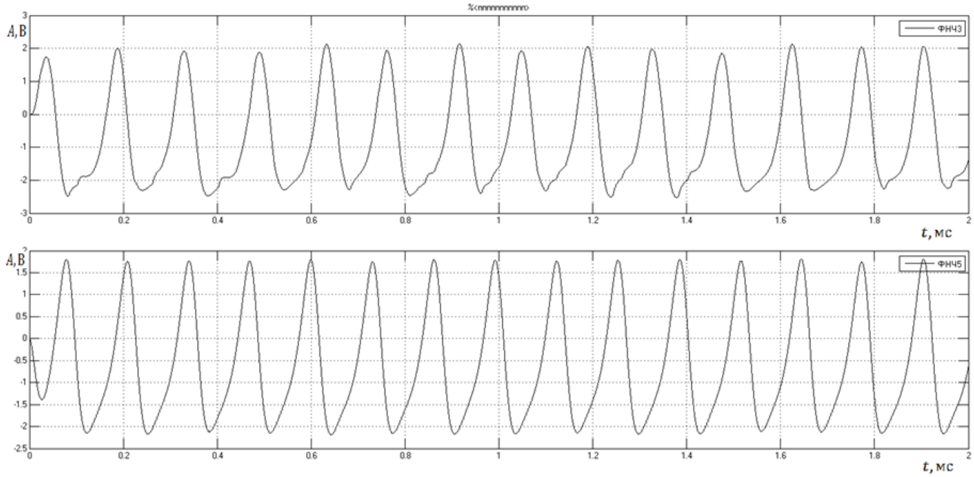

Рис. 7. Переходные процессы на выходе контурного фильтра:

1 — традиционная схема Костаса; *2* — модифицированная схема Костаса ($\omega_0 = 1{,}003$ МГц)

Итак, были произведены анализ и моделирование схемы Костаса для приема 2-ФМ сигналов при наличии детерминированной помехи и белого гауссовского шума с использованием традиционной и модифицированной схем Костаса. Замечено, что детерминированная помеха не влияет на работу модифицированной схемы Костаса из-за квадратурного перемножения и последующего вычитания. У традиционной схемы Костаса время вхождения в синхронизм в два раза выше, чем у модифицированной. Модифицированная схема Костаса имеет дополнительные умножители и сумматоры, но не требует фильтрации на удвоенной частоте, как традиционная схема.

Литература

1. Шахтарин Б.И. Синхронизация в радиосвязи и радионавигации. М.: Гелиос АРВ, 2007. 256 с.

2. Best R.E., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Yuldashev M.V., Yuldashev R.V. Simulation of Analog Costas Loop Circuits // International Journal of Automation and Computing. 2014. № 11. Pp. 571–579.

3. Best R.E., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Yuldashev M.V., Yuldashev R.V. Tutorial on Dynamic Analysis of the Costas Loop // Annual Reviews in Control. 2016. Vol. 42. Pp. 27–49. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1367578816300530

4. Системы фазовой и частотной автоподстройки частоты // под ред. А.Ф. Фомина. М.: Энергия, 1977. 439 с.

5. Best R.E. Phase Locked Loops: Design, Simulation and Applications. 6th ed. New York: McGraw-Hill, 2007. 490 p.

Егоров Дмитрий Вениаминович — магистрант кафедры «Автономные информационные и управляющие системы», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

ANALYSIS AND MODELING OF COSTAS CIRCUIT FOR RECEPTION OF 2-FM SIGNALS WITH DETERMINED INTERFERENCE AND WHITE GAUSSIAN NOISE

D.V. Egorov demoredim@yandex.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The study tested the classical and modified Costas circuits for reception of a 2-FM signal in the presence of deterministic interference and white Gaussian noise. We describe mathematical models of Costas circuit. We also give simulation models and make a comparative analysis of the two synchronization circuits

Keywords

Modified Costas circuit, synchronization circuit, phase-lock loop

References

[1] Shakhtarin B.I. Sinkhronizatsiya v radiosvyazi i radionavigatsii [Synchronization in radio communication and radio navigation]. Moscow, Gelios ARV Publ., 2007. 256 p. (in Russ.).

[2] Best R.E., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Yuldashev M.V., Yuldashev R.V. Simulation of Analog Costas Loop Circuits. *International Journal of Automation and Computing*, 2014, no. 11, pp. 571–579.

[3] Best R.E., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Yuldashev M.V., Yuldashev R.V. Tutorial on Dynamic Analysis of the Costas Loop. *Annual Reviews in Control*, 2016, vol. 42, pp. 27–49. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1367578816300530

[4] Fomin A.F. Sistemy fazovoy i chastotnoy avtopodstroyki chastoty [System phase and frequency locked loop]. Moscow, Energiya Publ., 1977. 439 p. (in Russ.).

[5] Best R.E. Phase Locked Loops: Design, Simulation and Applications. New York, McGraw-Hill, 2007. 490 p.

Egorov D.V. — Master's Degree student of the Department of Autonomous Information and Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.