

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ПЛАТФОРМЫ НА МЕКАНУМ-КОЛЕСАХ ПРИ ОТКЛОНЕНИИ ОСИ ПЕРВОГО КОЛЕСА

А.Е. Мордин¹

ToxaM_99@mail.ru

О.С. Коровин²

olegk.99@mail.ru

kos21mm056@student.bmstu.ru

¹ НИУ «МЭИ», Москва, Российская Федерация² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Ключевые слова

Исследовано движение платформы на роликовых меканум-колесах при отклонении осей колес от их стандартного положения. Получены кинематические соотношения связи собственных скоростей платформы с угловыми скоростями роликовых колес. Выполнено математическое моделирование движения платформы. Построены графики траекторий платформы с одним отклоненным колесом при таких угловых скоростях колес, которые задают простейшие движения платформ со стандартным расположением колес. Рассмотрены следующие виды движения платформы: прямолинейное движение вперед, влево, по диагонали влево и вправо, вращательное движение на месте. Оценены значения абсолютных и относительных погрешностей отработки рассматриваемых движений платформой.

Кинематика, неголономная система, роликонесущие колеса, меканум-колеса, мобильная платформа, математическое моделирование, моделирование движения, отработка траекторий, отклонение осей колес

Поступила в редакцию 21.05.2023

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023

Введение. Платформы на роликонесущих колесах находят применение в ответственных технических объектах, автоматическое управление которыми требует минимизации погрешности позиционирования, например, из-за стесненных условий эксплуатации. В силу неголономности связей, наложенных на систему, изъяны в конструкции колесной части значительно влияют на перемещение мобильной платформы. В качестве примера продемонстрируем отличия реализуемого движения от желаемого при неточной установке только одного колеса мобильной платформы и оценим последствия такой установки.

Роликонесущие колеса. Роликонесущим или роликовым называют такое колесо, которое благодаря своей конструкции не ограничивает перемещение по поверхности только в направлении, перпендикулярном оси вращения колеса. Подобное реализуется наличием на колесах способных к вращению роликов. По типу расположения роликов на колесе различают омни-колеса (англ. *omni-wheel*) и меканум-колеса (англ. *mecanum-wheel*) [1, 2]. Подробнее о таких мобильных платформах можно узнать из [3].

Моделирование движения платформы. Рассмотрим движение четырехколесной платформы на меканум-колесах в неподвижной системе координат

$OXYZ$. Введем подвижную жестко связанную с платформой систему координат с началом в центре тележки $C_{хуz}$. Поверхность, по которой движется тележка, будем считать плоской, а контакт — точечным. Схема платформы показана на рис. 1.

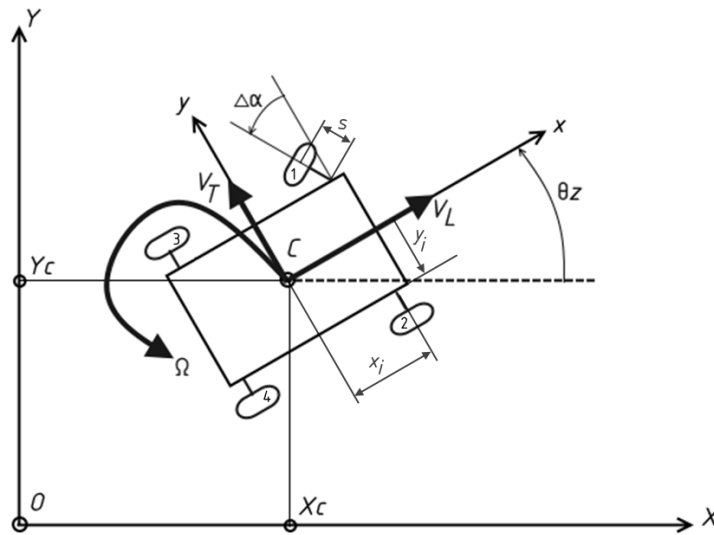


Рис. 1. Схема платформы в неподвижной системе координат

Пусть реализуется произвольное движение платформы со следующими скоростными параметрами: продольная и поперечная скорости V_L , V_T , угловая скорость поворота платформы Ω , угловые скорости вращения роликовых колес $\dot{\phi}_i$. Погрешность расположения первого колеса в модели зададим ненулевым углом отклонения $\Delta\alpha$; для остальных колес будем считать этот угол нулевым.

Зададим некоторые параметры моделирования. Смещения центров колес от точек закрепления на платформе смоделируем жесткими стержнями одинаковой длины $s = 0,01$ м. Положения точек крепления осей колес на платформе определим координатами $x_i = 0,235$ м и $y_i = 0,14$ м. Меканум-колеса будем считать дисками радиуса $R = 0,05$ м, по периметру которых находятся бесконечно малые ролики, оси которых образуют с продольной осью колеса угол δ_i . Для первого и четвертого колес $\delta_i = -45^\circ$, для второго и третьего $\delta_i = 45^\circ$ (нумерация колес согласно рис. 1).

По кинематической формуле Эйлера свяжем скорости центров колес V_{O_i} в подвижной системе координат со скоростями центра платформы $V_C = [V_L \ V_T \ 0]^T$:

$$V_{O_i} = V_C + \Omega \times r_i,$$

где $\mathbf{\Omega} = [0 \ 0 \ \Omega]^T$ — угловая скорость поворота платформы; $\mathbf{r}_i = [x_i - s \cos \Delta\alpha \ y_i + s \sin \Delta\alpha \ 0]^T$ — радиус-вектор центра соответствующего колеса.

Выразим далее скорость в точке контакта колеса с поверхностью:

$$\mathbf{V}_{Ki} = \mathbf{V}_{Oi} + \mathbf{\Omega}_i \times \mathbf{\rho}_i,$$

где $\mathbf{\Omega}_i = [-\dot{\phi}_i \sin \Delta\alpha \ \dot{\phi}_i \cos \Delta\alpha \ \Omega]^T$ — угловая скорость поворота колеса; $\mathbf{\rho}_i = [0 \ 0 \ -R]^T$ — вектор, связующий центр колеса с точкой контакта.

Учтем проскальзывание в точке контакта. Скорость точки контакта должна быть направлена горизонтально в плоскости вращения роликов, перпендикулярно к направляющему вектору оси роликов. На основании этого запишем следующее скалярное произведение для каждого колеса:

$$\mathbf{\delta}_i^T \mathbf{V}_{Ki} = 0.$$

Здесь $\mathbf{\delta}_i = [\cos \delta_i \ \sin \delta_i \ 0]$ — единичный вектор в подвижной системе координат, направленный по оси ролика i -го колеса.

Полученные выше формулы позволяют получить кинематические связи угловых скоростей колес со скоростями платформы. В матричной форме эти связи примут следующий вид:

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{v},$$

где $\dot{\boldsymbol{\phi}} = (\dot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_2 \ \dot{\phi}_3 \ \dot{\phi}_4)^T$ — вектор угловых скоростей колес; $\mathbf{v} = (V_L \ V_T \ \Omega)^T$ — вектор скоростей платформы. Матрица \mathbf{H} приведена ниже:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\cos \Delta\alpha + \sin \Delta\alpha}{R} & \frac{\sin \Delta\alpha - \cos \Delta\alpha}{R} & \frac{[x - y] \sin \Delta\alpha - [x + y] \cos \Delta\alpha - s}{R} \\ \frac{1}{R} & \frac{1}{R} & \frac{x + y + s}{R} \\ \frac{1}{R} & \frac{1}{R} & -\frac{x + y + s}{R} \\ \frac{1}{R} & -\frac{1}{R} & \frac{x + y + s}{R} \end{pmatrix}.$$

Отметим, что \mathbf{H} совпадает с теоретическими данными по исследованию платформ на роликовых колесах [4] при учете полной ширины платформы от центра одного колеса до центра другого колеса, равной $y + s$, и при отсутствии отклонений $\Delta\alpha$.

Выразим вектор собственных скоростей платформы \mathbf{v} и получим законы движения платформы при постоянных угловых скоростях колес:

$$\mathbf{v} = \mathbf{H}^+ \cdot \dot{\boldsymbol{\phi}},$$

где $\mathbf{H}^+ = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T$ — псевдообратная матрица для \mathbf{H} .

В качестве исследуемых движений, которые далее будем называть желаемыми, рассмотрим движение платформы вперед, влево, по диагонали вперед-влево, по диагонали вперед-вправо и вращение платформы относительно ее геометрического центра. Зададим эти движения по аналогии с работами [5, 6]. Запишем угловые скорости колес на этих движениях в табл. 1. Там же приведем скоростные параметры платформы.

Таблица 1

Скоростные параметры колес и платформы

Движение	$\dot{\phi}_1$, рад/с	$\dot{\phi}_2$, рад/с	$\dot{\phi}_3$, рад/с	$\dot{\phi}_4$, рад/с	V_L , м/с	V_T , м/с	Ω , рад/с
Вперед	1	1	1	1	0,050	0	0
Влево	-1	1	1	-1	0	0,050	0
Вперед-влево по диагонали	0	1	1	0	0,035	0,035	0
Вперед-вправо по диагонали	1	0	0	1	0,035	0,035	0
Вращение на месте	-1	1	-1	1	0	0	0,130

Положение платформы в неподвижной системе координат получим интегрированием соответствующих скоростей:

$$\begin{cases} X_C(t) = \frac{V_L}{\Omega} \sin \Omega t + \frac{V_T}{\Omega} (\cos \Omega t - 1); \\ Y_C(t) = \frac{V_L}{\Omega} (1 - \cos \Omega t) + \frac{V_T}{\Omega} \sin \Omega t; \\ \theta_Z(t) = \Omega t. \end{cases}$$

В результате моделирования платформа с отклоненным первым колесом уходит от намеченной траектории, причем реализуемые движения качественно отличаются от желаемых.

Анализ результатов моделирования. Во всех поступательные движения возникла ненулевая угловая скорость, приводящая к уходу платформы от наме-

ченного движения. Вращательное движение на месте (около центра платформы) также преобразовалось в движение по окружностям ненулевого радиуса, однако радиусы полученных траекторий достаточно малы. Траектории, реализованные на этих движениях, представлены на рис. 2.

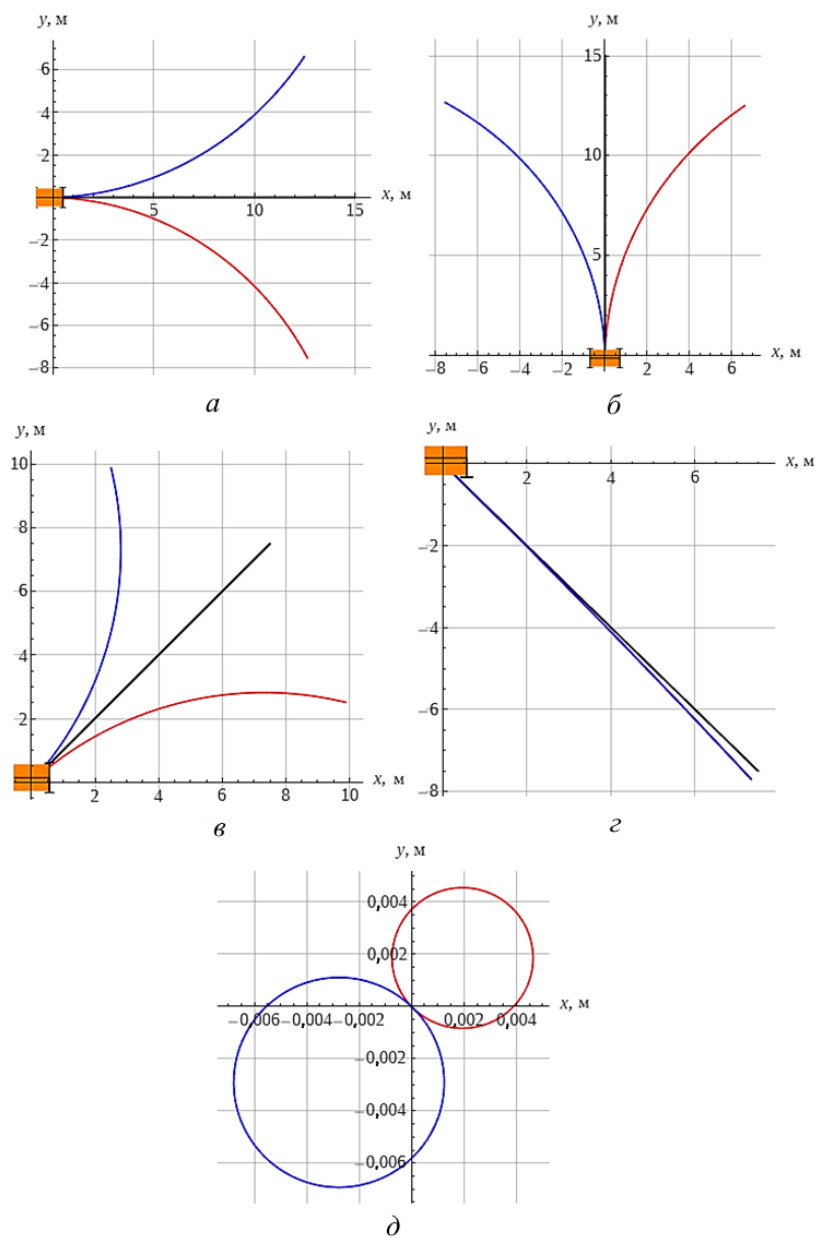


Рис. 2. Траектории, реализованные платформой при желаемых видах движения

(— $\Delta\alpha = -0,1$; — $\Delta\alpha = 0$; — $\Delta\alpha = -0,1$):

a — движение вперед; *б* — движение влево; *в* — движение по диагонали вперед-влево; *г* — движение по диагонали вперед-вправо; *д* — вращение на месте

Количественную оценку отработки траектории отразим в табл. 2 с помощью евклидовой нормы разности между желаемыми и реализуемыми положениями платформы после пятиминутного движения отдельно для линейных и угловых координат. Приведем значения относительных погрешностей (к длине пройденного желаемого пути) в случаях, для которых это имеет смысл.

Таблица 2

Погрешности отработки платформой желаемых движений за 300 с

Движение	Погрешность линейных координат		Погрешность угловой координаты	
	Абсолютная, м	Относительная, %	Абсолютная, рад	Относительная, %
$\Delta\alpha = 0,1$ рад				
Вперед	7,06	47,08	0,92	—
Влево	7,90	52,65	1,02	—
Вперед-влево	5,53	52,16	0,97	—
Вперед-вправо	0,26	2,44	0,05	—
Вращение на месте	0,006	—	0,29	0,74
$\Delta\alpha = -0,1$ рад				
Вперед	7,89	52,62	1,02	—
Влево	7,06	47,06	0,92	—
Вперед-влево	5,53	52,11	0,97	—
Вперед-вправо	0,26	2,46	0,05	—
Вращение на месте	0,003	—	0,19	0,49

Заключение. В работе построена математическая модель движения платформы на роликовых колесах с учетом отклонения осей роликовых колес от их стандартного расположения. Получены кинематические уравнения для связи собственных скоростей платформы с угловыми скоростями вращения механумколес. Выполнены численные эксперименты на основе кинематической модели, получены качественные и количественные меры ошибок позиционирования платформы. Показано, что все рассмотренные движения отличаются от желаемых и представляют собой движение по окружностям разных радиусов с переменным во времени углом поворота платформы. Наиболее точно платформой с отклоненным первым колесом отработаны движения вперед-вправо по диагонали и вращение на месте. Остальные движения отработаны с большими отклонениями. Наименьшей точностью воспроизведения характеризуется движение вдоль диагонали вперед-влево.

Литература

- [1] Grabowiecki J. *Vehicle wheel*. U.S. Patent 1305535A, CPC B60B 19/003, Y10T16/184, 1919.
- [2] Ilon B.E. *Wheels for a course stable selfpropelling vehicle movable in any desired direction on the ground or some other base*. U.S. Patent 3876255A, IPC B60B 19/00, B60B 019/12. Appl. No. 305887, 1975.
- [3] Павловский В.Е. Нелинейная динамика: мобильные роботы — специальный выпуск и новый проект «НД». *Нелинейная динамика*, 2011, т. 7, № 4, с. 729–732.
- [4] Taheri H., Qiao B., Ghaeminezhad N. Kinematic Model of a Four Mecanum Wheeled Mobile Robot. *International Journal of Computer Applications*, 2015, vol. 113, no. 3, pp. 6–9. <http://doi.org/10.5120/19804-1586>
- [5] Soni S., Qiao B., Ghaeminezhad N. Experimental Analysis of Mechanum wheel and Omni wheel. *International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology*, 2014, vol. 1, iss. 3, pp. 292–295. URL: <http://www.ijiset.com/articlesv1s3.html> (дата обращения 19.04.2023).
- [6] Tlale N., de Villiers M. Kinematics and Dynamics Modelling of a Mecanum Wheeled Mobile Platform. *15th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice*. Auckland, New Zealand, IEEE, 2008, pp. 657–662. <http://doi.org/10.1109/MMVIP.2008.4749608>

Мордин Антон Евгеньевич — студент кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин», НИУ «МЭИ», Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Панкратьева Галина Витальевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин», НИУ «МЭИ», Москва, Российская Федерация.

Коровин Олег Сергеевич — студент кафедры «Робототехнические системы и мехатроника», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Рубцов Василий Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Робототехнические системы и мехатроника», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Мордин А.Е., Коровин О.С. Исследование кинематики платформы на механум-колесах при отклонении оси первого колеса. *Политехнический молодежный журнал*, 2023, № 06 (83). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2023-6-908>

RESEARCH ON KINEMATICS OF THE MECANUM-WHEELS PLATFORM AT THE FIRST WHEEL AXIS DEVIATION

A.E. Mordin¹O.S. Korovin²

ToxaM_99@mail.ru

olegk.99@mail.ru

kos21mm056@student.bmstu.ru

¹MPEI National Research University, Moscow, Russian Federation²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation**Abstract**

The paper studies motion of the roller mecanum-wheels platform at the wheels axes deviation from their standard position. Kinematic ratios of interrelation between the platform's own velocity and the roller wheels angular velocities were obtained. The platform motion was mathematically simulated. Graphs were constructed of the platform trajectories with one deviating wheel at such wheels' angular velocities that set the platform simplest motion with standard arrangement of the wheels. The following types of the platform motion were considered: rectilinear motion forward, to the left, diagonal to the left and to the right, rotational motion on the site. Values of absolute and relative errors in the considered platform motion testing were assessed.

Keywords

Kinematics, non-holonomic system, roller-carrying wheels, mecanum wheels, mobile platform, mathematical simulation, motion simulation, trajectory testing, wheel axis deviation

Received 21.05.2023

© Bauman Moscow State Technical University, 2023

References

- [1] Grabowiecki J. *Vehicle wheel*. U.S. Patent 1305535A, CPC B60B 19/003, Y10T16/184, 1919.
- [2] Ilon B.E. *Wheels for a course stable selfpropelling vehicle movable in any desired direction on the ground or some other base*. U.S. Patent 3876255A, IPC B60B 19/00, B60B 019/12. Appl. No. 305887, 1975.
- [3] Pavlovskiy V.E. Nonlinear dynamics: mobile robots — a special issue and a new project "ND". *Nelineynaya dinamika*, 2011, vol. 7, no. 4, pp. 729–732. (In Russ.).
- [4] Taheri H., Qiao B., Ghaeminezhad N. Kinematic Model of a Four Mecanum Wheeled Mobile Robot. *International Journal of Computer Applications*, 2015, vol. 113, no. 3, pp. 6–9. <http://doi.org/10.5120/19804-1586>
- [5] Soni S., Qiao B., Ghaeminezhad N. Experimental Analysis of Mechanum wheel and Omni wheel. *International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology*, 2014, vol. 1, iss. 3, pp. 292–295. URL: <http://www.ijiset.com/articlesv1s3.html> (accessed April 19, 2023).
- [6] Tlale N., de Villiers M. Kinematics and Dynamics Modelling of a Mecanum Wheeled Mobile Platform. *15th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice*. Auckland, New Zealand, IEEE, 2008, pp. 657–662. <http://doi.org/10.1109/MMVIP.2008.4749608>

Mordin A.E. — Student, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines, MPEI National Research University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Pankratyeva G.V., Ph. D., (Phys. Math.), Associate Professor, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines, MPEI National Research University, Moscow, Russian Federation.

Korovin O.S. — Student, Department of Robotic Systems and Mechatronics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Rubtsov V.I., Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Department of Robotic Systems and Mechatronics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Please cite this article in English as:

Mordin A.E., Korovin O.S. Research on kinematics of the mecanum-wheels platform at the first wheel axis deviation. *Politekhicheskiy molodezhnyy zhurnal*, 2023, no. 06 (83). (In Russ.). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2023-6-908>