

**РАСЧЕТ ФОРМЫ ГИБКОГО КОЛЬЦА ПЛАСТИНЧАТОГО НАСОСА**

А.О. Леонов

leonovao@student.bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

**Аннотация**

Для новой конструкции пластинчатого насоса с гибким кольцом (статор насоса), растягиваемым двумя силами, разработана методика определения формы кольца, которая обеспечивает прекращение подачи насоса при заданной величине сил. При отсутствии нагружения силами насос работает, поскольку исходная форма кольца овальная, при приложении требуемой нагрузки насос перестает работать, поскольку форма кольца становится идеальной окружностью. Таким образом, управление насосом осуществляется приложением нагрузки к кольцу. Для расчета формы кольца использованы алгебраические и дифференциальные уравнения механики гибких стержней. Перемещения кольца превышают размеры его поперечного сечения, поэтому задача является геометрически нелинейной, но деформации при этом остаются малыми и физические соотношения остаются линейными (закон Гука). Зависимость угла поворота от окружной координаты удалось построить в аналитическом виде, далее форму кольца восстанавливали численным интегрированием системы дифференциальных уравнений.

**Ключевые слова**

Пластинчатый насос, статор, гибкое кольцо, механика стержней, форма упругой линии, закон Гука, дифференциальные уравнения, численное интегрирование

Поступила в редакцию 07.06.2023

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023

**Введение.** Статоры пластинчатых насосов обычно выполняют жесткими [1]. Геометрия полости такого насоса всегда одинакова, поэтому единственным параметром управления для такого насоса является угловая скорость ротора. При выполнении статора в виде гибкого кольца появляется дополнительная возможность управления насосом за счет изменения геометрии статора внешними растягивающими силами. Конструкция пластиночного насоса со статором в виде гибкого кольца рассматривается в настоящее время на кафедре Э-10 «Гидромеханика, гидромашин и гидропневмоавтоматика» МГТУ им. Н.Э. Баумана как альтернатива насосам с жестким статором.

Цель данной статьи — разработка полуаналитической методики расчета кольца овальной формы, которая при приложении заданной нагрузки в виде двух растягивающих сил превращается в идеально круглую форму. Изменение

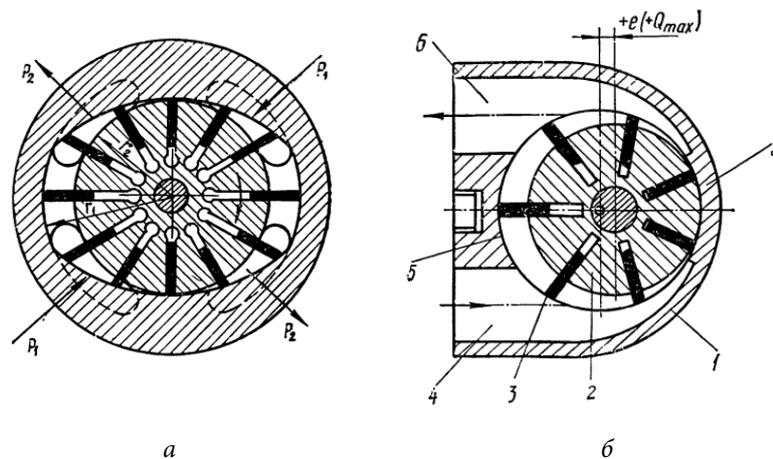
формы кольца в зависимости от нагрузки позволяет управлять насосом. Насос работает, если форма кольца овальная. Как только кольцо-статор становится идеально круглым под нагрузкой, насос перестает работать, поскольку объем жидкости между лопастями не изменяется при вращении.

**Особенности конструкции пластинчатых насосов различных типов.** Пластинчатый насос — разновидность шиберных, т. е. роторно-поступательных насосов с вытеснителями в виде шиберов — пластин. Пластинчатые насосы бывают однократного, двукратного и многократного действия. Насосы однократного действия могут быть регулируемые и нерегулируемые. Насосы двукратного и многократного действия нерегулируемые.

По сравнению с шестеренными насосами пластинчатые насосы обеспечивают более равномерную подачу, а по сравнению с поршневыми они имеют более простую конструкцию, меньшие габариты и более низкую стоимость. Они также менее требовательны к фильтрации рабочей жидкости.

В книге [2] подробно изложены описание конструкции и принцип работы пластинчатых насосов разных видов.

На рис. 1 приведена традиционная схема пластинчатого насоса двукратного (рис. 1, а) и однократного действия (рис. 1, б).



**Рис. 1.** Пластинчатый насос:

а — двукратного действия; б — однократного действия

В корпусе насоса однократного действия (см. рис. 1, б) — статоре 1, внутренняя поверхность которого является цилиндрической, эксцентрично расположен ротор 2, представляющий собой цилиндр с прорезями (пазами), выполненными либо радиально, либо под небольшим углом к радиусу. В прорезях находятся прямоугольные пластины — вытеснители 3, которые при вращении ротора совершают относительно него возвратно-поступательное движение. Под действием центробежных сил или специальных устройств пластины своими внешними торцами прижимаются к внутренней поверхности статора и скользят

по ней. При вращении ротора в направлении хода часовой стрелки через окно, расположенное на периферии статора, жидкость поступает в насос из всасывающего патрубка 4 и через противоположное окно подается в нагнетательный патрубок 6. Рабочие камеры в насосе ограничиваются двумя соседними пластинами и поверхностями статора и ротора. Уплотнение ротора и пластин с торцов осуществляется плавающим диском, который под давлением жидкости прижимается к ротору. Для отделения всасывающей полости от нагнетательной в статоре имеются уплотнительные перемычки 5, размер которых должен быть несколько больше расстояния между краями двух соседних пластин. Регулирование рабочего объема и реверс подачи пластинчатого насоса однократного действия осуществляются изменением величины и знака эксцентриситета, для чего необходим специальный механизм, смещающий центральную часть статора относительно ротора.

В пластинчатом насосе двукратного действия (см. рис. 1, а) подача жидкости из каждой рабочей камеры за один оборот ротора производится дважды.

Насосы рассматриваемого типа известны в промышленности так же, как «лопастные» насосы. Однако, учитывая, что согласно принятой в гидромашиностроении классификации термин «лопастные» насосы [3] закреплен за машинами, работающими по центробежному принципу, во втором издании книги в соответствии с терминологией, разработанной Академией наук СССР [4], принят термин «пластинчатые» насосы. При этом имеется в виду, что этому типу насосов присущи все особенности объемных гидромашин, к числу которых относятся:

а) герметическое отделение нагнетательной полости от всасывающей, что осуществляется с помощью ротора, статора и замыкателей, т. е. в данном случае пластин (лопаток);

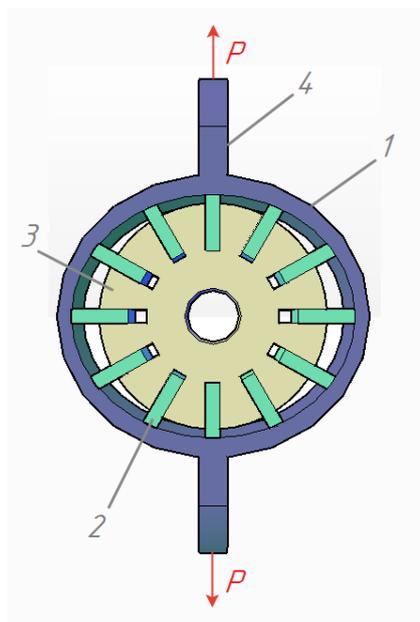
б) незначительная зависимость от скорости рабочей жидкости сил, действующих на рабочие органы насоса, значение которых определяется давлением в полости нагнетания [5].

В связи с тем что внутренняя поверхность статора насоса двойного действия (см. рис. 1, а) имеет овальную форму, при вращении ротора объем рабочих камер будет изменяться. В зонах увеличения объема выполнено отверстие для всасывания рабочей жидкости, в зонах уменьшения объема камеры — отверстие для нагнетания. В насосах двукратного действия устанавливается четное число пластин (не менее восьми).

Как было сказано выше, кафедрой Э-10 «Гидромеханика, гидромашин и гидропневмоавтоматика» МГТУ им. Н.Э. Баумана в настоящее время рассматривается новая конструкция статора пластинчатого насоса в виде гибкого кольца овальной формы (рис. 2).

В рабочем состоянии насоса кольцо 1 имеет овальную форму, что обеспечивает радиальное движение кулачков 2 при вращении качающего узла 3. Для

прекращения радиального движения кулачков кольцо растягивают двумя силами  $P$ , приложенными к пазам 4, чтобы форма кольца становилась близкой к идеально круглой.



**Рис. 2.** Конструкция насоса со статором в виде гибкого кольца:  
1 — статор; 2 — пластина; 3 — ротор; 4 — проушина для приложения растягивающей нагрузки

### Полуаналитическое решение задачи об исходной форме гибкого статора.

Перемещения кольца при его деформировании превышают его толщину, поскольку при растяжении кольца силами  $P$  исходная овальная форма (см. рис. 2) должна превратиться в круговую форму. При этом разность диаметров овала на рис. 2 заметно превышает толщину кольца. Поэтому для определения формы упругой линии кольца нельзя использовать линейные дифференциальные уравнения малых перемещений из механики стержней. Для исследования напряженно-деформированного состояния гибкого статора применяли геометрически нелинейные уравнения механики стержней, аналогичные изложенным в книге [6]. Физические соотношения при этом остаются линейными (закон Гука), т. е. напряжения в материале кольца не достигают предела текучести, несмотря на то что перемещения являются большими.

Отметим, что размеры сечения кольца не совсем соответствуют расчетной схеме «стержень», поскольку для нормального функционирования насоса толщина должна быть гораздо меньше радиуса кривизны, а ширина сопоставима с ним. Для этой конструкции больше подошла бы схема тонкостенной оболочки. Однако для той схемы нагружения, которая показана на рис. 2, поведение тонкостенной оболочки практически не отличается от поведения кольца.

В настоящее время проводится предварительная отработка конструкции, поэтому специфические оболочечные эффекты могут быть учтены при последующих уточненных расчетах.

Распределение изгибающих моментов в деформированном кольце достаточно просто найти из уравнений равновесия благодаря тому, что в деформированном состоянии упругая линия кольца является (точнее, должна являться) идеальной окружностью (рис. 3).

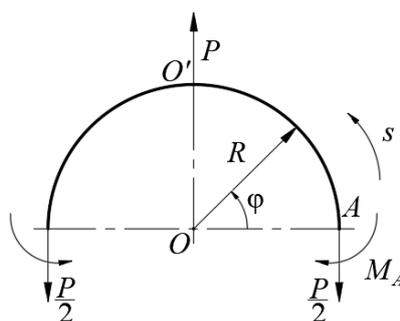


Рис. 3. Силовые факторы в сечении деформированного кольца

Согласно рис. 3 изгибающий момент  $M$  в сечении с угловой координатой  $\varphi$  складывается из неизвестного момента, действующего в точке  $A$ , и момента силы  $P/2$ :

$$M = M_A + \frac{P}{2} R(1 - \cos \varphi). \quad (1)$$

Поворот сечения с координатой  $\varphi$  определяется квадратурой, которая следует из механики стержней [6]:

$$\vartheta = \int_0^{\varphi} \frac{MR}{EJ} d\varphi, \quad (2)$$

где  $EJ$  — жесткость сечения кольца на изгиб ( $E$  — модуль упругости материала;  $J$  — момент инерции поперечного сечения).

Определенный интеграл (2) с учетом (1) несложно вычислить, что приводит к аналитическому выражению

$$\vartheta = \frac{M_A R}{EJ} \varphi + \frac{PR^2}{2EJ} \varphi - \frac{PR^2}{2EJ} \sin \varphi. \quad (3)$$

Из симметрии следует, что сечения  $O'$  не поворачивается:

$$\vartheta\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{M_A R}{EJ} \frac{\pi}{2} + \frac{PR^2}{2EJ} \frac{\pi}{2} - \frac{PR^2}{2EJ} = 0.$$

Это наблюдение позволяет найти неизвестный момент  $M_A$ :

$$M_A = \left( \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \right) PR \approx -0,1817PR. \quad (4)$$

Подстановка (4) в (3) приводит к окончательному выражению для угла поворота сечений кольца:

$$\vartheta = \frac{PR^2}{EJ} \left( \frac{\varphi}{\pi} - \frac{\sin \varphi}{2} \right). \quad (5)$$

Отметим, что формула (5) определяет поворот сечения от исходной до деформированной формы. При этом деформированная форма известна (идеальная окружность), а исходная форма является искомой, т. е. рассматривается обратная задача о восстановлении исходной формы кольца. В связи с этим рассмотрим, как связаны между собой исходная и деформированная конфигурации кольца (рис. 4).

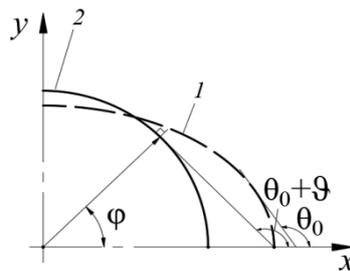


Рис. 4. Исходная (2) и деформированная (1) конфигурации кольца

В работе [6] изложены основные разделы курса сопротивления материалов: растяжение, кручение, изгиб, статически неопределимые системы и др. Помимо этого разобраны различные задачи по каждой теме и приведены методики расчета на прочность различных систем.

Подробно изучить пример определения прогибов при изгибе колец можно в книге [7]. Здесь также приведены математические модели для расчета максимальной упругой деформации.

В механике стержней [8] угловое положение сечения определяется углом  $\theta$  наклона касательной к упругой линии, причем указанный угол отсчитывается от оси  $x$ . Очевидно, что в деформированном состоянии, когда упругая линия является идеальной окружностью, угол наклона касательной  $\theta$  и угол наклона нормали  $\varphi$  различаются на  $90^\circ$ :

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \varphi. \quad (6)$$

Наклоны касательной в исходном и деформированном состоянии отличаются на угол  $\vartheta$ , т. е. справедливо выражение

$$\theta = \theta_0 + \vartheta, \quad (7)$$

где индексом 0 помечено исходное состояние.

Из (6) и (7) следует

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} + \varphi - \vartheta. \quad (8)$$

Подстановка (5) в (8) приводит к выражению для наклона касательной исходной конфигурации кольца:

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} + \varphi - \frac{\lambda}{\pi} \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin \varphi, \quad (9)$$

где  $\lambda = \frac{PR^2}{EJ}$  — безразмерный параметр нагружения.

Восстановление исходной конфигурации кольца в аналитическом виде невозможно, поэтому оно осуществлялось численно. На рис. 5 показаны дуга кольца и касательная к ней.

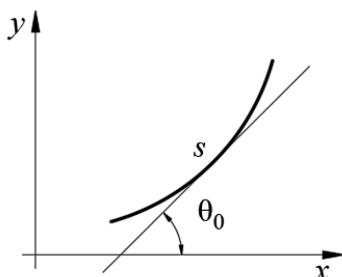


Рис. 5. Положение дуги и касательной по отношению к координатным осям

Из рис. 5 следуют геометрические соотношения для координат центров тяжести сечений кольца:

$$\begin{cases} \frac{dx}{ds} = \cos \theta_0; \\ \frac{dy}{ds} = \sin \theta_0, \end{cases} \quad (10)$$

где  $s = R\varphi$ , поскольку кольцо принимается нерастяжимым.

Систему (10) интегрировали численно с граничными условиями

$$y(0) = 0; \quad x\left(\frac{\pi R}{2}\right) = 0. \quad (11)$$

Численное решение находили стандартными средствами пакета Wolfram Mathematica [9]. В результате было получено семейство конфигураций кольца-

статора насоса в зависимости от безразмерного параметра нагружения  $\lambda$  (рис. 6). Практическое значение для конструирования насоса имеют конфигурации с параметром нагружения около  $\lambda = 2$ . Остальные конфигурации также являются полезными, но не при конструировании, а при контроле численных алгоритмов и последующей отладке решения прямой задачи, в которой задается исходная конфигурация, а определяется деформированная.

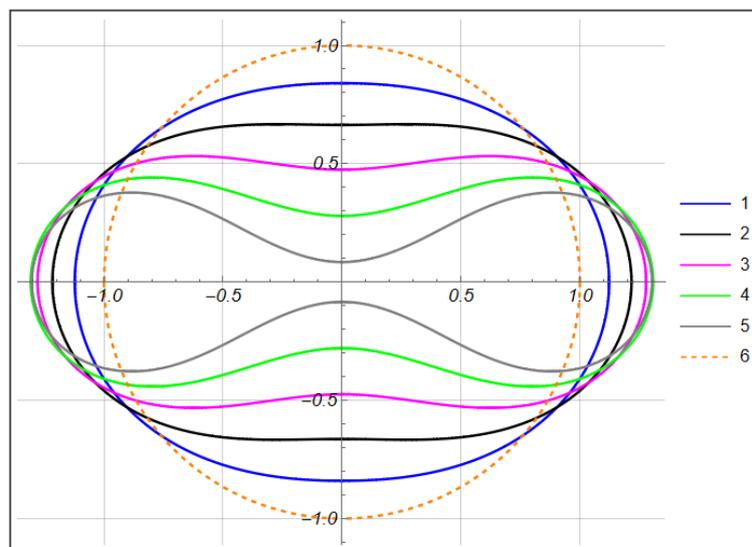


Рис. 6. Восстановленная исходная форма кольца-статора насоса при разных значениях силы  $P$ :

$$1 - P = 2 \frac{EJ}{R^2}; \quad 2 - P = 4 \frac{EJ}{R^2}; \quad 3 - P = 6 \frac{EJ}{R^2}; \quad 4 - P = 8 \frac{EJ}{R^2};$$

$$5 - P = 10 \frac{EJ}{R^2}; \quad 6 - \text{идеальная окружность}$$

Также в работе [10] сформулирована и решена задача о расчете гибкого кольца в пределах упругости. Получено матричное решение задачи.

**Заключение.** Для новой конструкции пластинчатого насоса с гибким кольцом-статором была разработана методика восстановления конфигурации кольца в зависимости от безразмерного параметра нагружения. Построено семейство исходных конфигураций кольца, для которых при приложении заданной растягивающей нагрузки статор превращается в идеально круглое кольцо, что прекращает работу насоса. Найденные конфигурации могут применяться при конструировании насосов с гибким кольцом-статором.

### Литература

- [1] Зайченко И.З., Мышлевский Л.М. *Пластинчатые насосы и гидромоторы*. Москва, Машиностроение, 1970, 229 с.
- [2] Вильнер Я.М., Ковалев Я.Т., Некрасов Б.Б. и др. *Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам*. Минск, Вышэйшая школа, 1985, 416 с.
- [3] *Лопастные насосы (центробежные и осевые). Терминология и буквенные обозначения*. Москва, АН СССР, 1961, 31 с.
- [4] *Гидропривод. Ч. 2. Объемный гидропривод. Терминология*. Москва, Наука, 1964, 35 с.
- [5] Прокофьев В.Н. *Роторные насосы. ЭСМ*. Москва, Машгиз, 1948, т. XII, 716 с.
- [6] Феодосьев В.И. *Сопротивление материалов*. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004, 592 с.
- [7] Носенко В.А., Тышкевич В.Н., Орлов С.В. Определение допускаемых значений вертикальной составляющей силы плоского шлифования подшипниковых колец малой осевой жесткости. *Справочник. Инженерный журнал*, 2008, № 4 (133), с. 24–32.
- [8] Светлицкий В.А. *Механика стержней. В 2 ч. Ч. 1. Статика*. Москва, Высшая школа, 1987, 320 с.
- [9] Дьяконов В.П. *Mathematica 5.1/5.2/6. Программирование и математические вычисления*. Москва, ДМК-Пресс, 2008, 574 с.
- [10] Баранов В.А., Габриелян Г.Е., Лисов В.М. Расчет кольца в упругой среде с односторонними связями. *Методы и алгоритмы расчета сооружений и конструкций: сб. ст.* Воронеж, Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, 1990, с. 55–59.

**Леонов Александр Олегович** — студент кафедры «Прикладная механика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Научный руководитель** — Сорокин Федор Дмитриевич, доктор технических наук, профессор кафедры «Прикладная механика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

### Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Леонов А.О. Расчет формы гибкого кольца пластинчатого насоса. *Политехнический молодежный журнал*, 2023, № 07 (84). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2023-7-917>

---

**CALCULATION OF THE GUIDED-VANE PUMP FLEXIBLE RING SHAPE**

A.O. Leonov

leonovao@student.bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

**Abstract**

A method was developed to determine the shape of a ring that ensures flow termination by the pump at the given forces value for a new design of the guided-vane pump with the flexible ring (pump stator) stretched by two forces. In the absence of force loading, the pump operates with the oval ring original shape. When the required load is applied, the pump stops working, because the ring shape becomes a perfect circle. Thus, the pump is controlled by applying a load to the ring. Algebraic and differential equations of the flexible rods mechanics were used to calculate the ring shape. Ring displacements exceed dimensions of its cross section. Thus, the problem is geometrically nonlinear, but deformations in this case remain insignificant, and physical relationships remain linear (Hooke's law). Rotation angle dependence on the circumferential coordinate was plotted in the analytical form. Then, the ring shape was restored by numerical integration of the differential equations system.

**Keywords**

Guided-vane pump, stator, flexible ring, rod mechanics, elastic line shape, Hooke's law, differential equations, numerical integration

Received 07.06.2023

© Bauman Moscow State Technical University, 2023

**References**

- [1] Zaychenko I.Z., Myshlevskiy L.M. *Plastinchatye nasosy i gidromotory* [Vane pumps and hydraulic motors]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970, 229 p. (In Russ.).
- [2] Vil'ner Ya.M., Kovalev Ya.T., Nekrasov B.B. et al. *Spravochnoe posobie po gidravlike, gidromashinam i gidroprivodam* [Reference manual for hydraulics, hydraulic machines and hydraulic drives]. Minsk, Vysheyshaya shkola Publ., 1985, 416 p. (In Russ.).
- [3] *Lopastnye nasosy (tsentrobezhnye i osevye). Terminologiya i bukvennye oboznacheniya* [Vane pumps (centrifugal and axial). Terminology and letter designations]. Moscow, AN SSSR Publ., 1961, 31 p. (In Russ.).
- [4] *Gidroprivod. Ch. 2. Ob"emnyy gidroprivod. Terminologiya* [Hydraulic drive. Part 2. Volumetric hydraulic drive. Terminology]. Moscow, Nauka Publ., 1964, 35 p. (In Russ.).
- [5] Prokofev V.N. *Rotornye nasosy. ESM* [Rotary pumps. ESM]. Moscow, Mashgiz Publ., 1948, vol. XII, 716 p. (In Russ.).
- [6] Feodos'ev V.I. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow, BMSTU Press, 2004, 592 p. (In Russ.).
- [7] Nosenko V.A., Tyshkevich V.N., Orlov S.V. Determination of permissible values of the vertical component of the surface grinding force of bearing rings of low axial rigidity. *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal*, 2008, no. 4 (133), pp. 24–32. (In Russ.).

- [8] Svetlitskiy V.A. *Mekhanika sterzhney. V 2 ch. Ch. 1. Statika* [Rod mechanics. At 2 p.m. Part 1. Statics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1987, 320 p. (In Russ.).
- [9] D'yakonov V.P. *Mathematica 5.1/5.2/6. Programmirovaniye i matematicheskie vychisleniya* [Mathematica 5.1/5.2/6. Programming and mathematical calculations]. Moscow, DMK-Press Publ., 2008, 574 p. (In Russ.).
- [10] Baranov V.A., Gabrielyan G.E., Lisov V.M. Calculation of a ring in an elastic medium with one-way constraints. *Metody i algoritmy rascheta sooruzheniy i konstruktsiy: sb. st.* [Methods and algorithms for calculating structures and structures: a collection of articles]. Voronezh, Voronezhskiy gosudarstvennyy arkhitekturno-stroitel'nyy universitet Publ., 1990, pp. 55–59. (In Russ.).

**Leonov A.O.** — Student, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Scientific advisor** — Sorokin F.D., Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Please cite this article in English as:**

Leonov A.O. Calculation of the guided-vane pump flexible ring shape. *Politekhnicheskiy molodezhnyy zhurnal*, 2023, no. 07 (84). (In Russ.). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2023-7-917>