

**НАХОЖДЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ НА ОСНОВЕ
УРАВНЕНИЯ ФОККЕРА — ПЛАНКА ДЛЯ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЫ**

Т.А. Савельев

savelevta@student.bmstu.ru

А.Н. Саврицкий

savritskiyan@student.bmstu.ru

А.М. Назарян

arsennazaryan20037@gmail.com

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

При высокой интенсивности лазеров более $10^{16} \dots 10^{18}$ Вт/см² необходимо учитывать релятивистские эффекты, так как энергия электронов, осциллирующих в поле лазерного излучения сопоставима с релятивистскими энергиями. Функция распределения быстрых частиц может быть получена с помощью решения уравнения Фоккера — Планка. Поскольку функция распределения частиц плазмы лазерного факела близка к максвелловской, для описания коэффициентов диффузии и трения в уравнении Фоккера — Планка использованы потенциалы Розенблюта — Трубникова. Рассмотрены особенности уравнения Фоккера — Планка и получено однозначное решение составленной системы уравнений.

Ключевые слова

Лазерная плазма, ускорение электронов и ионов, столкновение частиц, взаимодействие между частицами, функции распределения, уравнение Фоккера — Планка, потенциалы Розенблюта — Трубникова, летательные аппараты

Поступила в редакцию 13.10.2023

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023

Введение. Появление электронов, имеющих двухтемпературное распределение энергии в лазерной плазме, например, в магнитно-инерциальном термоядерном синтезе [1–8], имеет место быть при плотностях потока лазерного излучения $q_{laz} > 10^{14}$ Вт/см². При этом отметим, что уже при интенсивностях лазерного излучения на уровне значений $10^{15} \dots 10^{16}$ Вт/см² напряженность электрического поля в нем достигает значений, которые сопоставимы с внутриатомными электрическими полями, поэтому любое вещество при облучении такими лазерными пучками практически мгновенно переходит в состояние плазмы [9–16].

При интенсивностях лазерного излучения выше 10^{18} Вт/см² необходимо учитывать релятивистские эффекты, поскольку энергия электронов, осциллирующих в поле лазерного излучения, сопоставима с релятивистскими энергиями. При этом энергия лазерного излучения эффективно преобразуется в энергию заряженных частиц: электроны лазерной плазмы, проходя «резонансную» область поглощения электромагнитного поля лазерного излучения, набирают энергию за счет работы электрического поля над электронами и ускоряются (с образованием надтепловых электронов), вызывая образование в ней сильных электрических полей напряженностью E и сил F , F_L , которые, в свою очередь, являются причиной соответствующего ускорения ионов.

Функции распределения. Для значений плотности потока лазерного излучения $q_{laz} > 10^{15}$ Вт/см² прямое ускорение электронов и ионов (образование быстрых электронов и ионов) внутри плазменного лазерного факела может быть математически описано с помощью уравнения Больцмана для одночастичной функции распределения f_α , дополненного условиями квазинейтральности и уравнениями самосогласованного электрического поля:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla f_\alpha + \frac{\mathbf{F}_\alpha}{m_\alpha} \nabla_V f_\alpha = \text{St}\{f_\alpha\}; \quad \text{div } \mathbf{E} = 4\pi \rho_{e,i};$$

$$\rho_{e,i} = \sum_{\alpha=i,e} q_\alpha \int f_\alpha d\mathbf{V}; \quad \mathbf{j} = \sum_{\alpha=i,e} q_{i,e} \int f_{i,e} \mathbf{V} d\mathbf{V}; \quad \text{St}\{f_\alpha\} = \sum_{\beta} L_{\alpha\beta}[f_\alpha]; \quad \int_0^{\infty+1} \int f_\alpha V^2 dV d\mu = 1.$$

Здесь f_α — функция распределения для частицы сорта α ; t — время; \mathbf{E} — напряженность электрического поля; St — столкновительный оператор; ρ — объемная плотность заряда; $L_{\alpha\beta}$ — дифференциальный оператор; \mathbf{V} — вектор скорости; $\mathbf{F}_\alpha = q_{i,e} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}, \mathbf{B}] \right) + \mathbf{F}_M$ — внешняя сила, действующая на частицы сорта α (индекс α обозначает сорт заряженных частиц (электронов и ионов)); ∇_V — градиент в пространстве скоростей; μ — косинус угла между направлением движения частицы сорта α и заданным направлением, вдоль которого выполняется расчет; $\mathbf{F}_M = -\frac{e^2 Z_i}{4m_e \omega^2} \frac{\partial |\mathbf{E}|^2}{\partial \mathbf{r}}$ — сила Миллера, описывающая ускорение заряженных частиц при воздействии на них лазерного излучения $\left(q_{laz} = \frac{c}{4\pi} |\mathbf{E}|^2 \right)$; $L_{\alpha\beta}$ — парциальные операторы столкновений, связанные с изменением функции распределения f_α в результате столкновений частиц сорта α с частицами сорта β (суммирование по индексу β означает суммирование по всем частицам).

В случае плазмы учитывается взаимодействие между ее частицами с помощью закона Кулона. Кулоновский потенциал медленно убывает с расстоянием и по этому основной вклад в дифференциальный оператор $L_{\alpha\beta}$ дают дальнедействующие столкновения. Причем для них величина передаваемого импульса $\Delta \mathbf{p}$ мала. Здесь также нужно учесть, что скорость быстрых частиц $\langle V_{i,e} \rangle$ удовлетворяет следующему условию: $\langle V_e \rangle \gg (kT_e/m_e)^{1/2}$, $\langle V_i \rangle \gg (kT_i/M_i)^{1/2}$. Данное условие выполняется не только для центральных слоев мишени (куда быстрые частицы проникают до прихода ударной волны), но и также в «плазменной короне» (здесь средняя скорость надтепловых частиц $\langle V_{i,e} \rangle$ в 5–10 раз выше, чем скорости $(kT_e/m_e)^{1/2}$, $(kT_i/M_i)^{1/2}$ у тепловых частиц).

Вышеприведенные оценки показывают, что лазерная плазма состоит из частиц, имеющих функцию распределения $f_\alpha = f_{M,\alpha} + f_{i,e}$ которая существенно отличается от максвелловской. Эту функцию распределения (приближенно) можно представить в виде двух групп функций распределения: максвелловской с функцией распределения $f_{M,\alpha}$ и температурой $T_{i,e}$ и моноэнергетической группы с функцией распределения $f_{i,e}$ и средней энергией $10T_{i,e}$. Отметим, что для максвелловских функции распределения $f_{M,\alpha}$, $m^{-6} \cdot c^3$, справедливы выражения

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{V}f_\alpha) = 0; \text{St}\{f_{M,\alpha}\} = 0;$$

$$f_{M,\alpha} = n_\alpha \left(\frac{m_\alpha}{2\pi kT_\alpha} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{(p_\alpha - m_\alpha u_{i,e})^2}{2kT_\alpha} \right),$$

где T — температура частиц сорта α ; $p_\alpha = m_\alpha V_\alpha$, V_α — скорость хаотического теплового движения частиц сорта α в подвижной среде; $u_{i,e}, n_\alpha$ — скорость направленного движения и концентрация частиц сорта α .

Из сказанного следует, что функция распределения быстрых частиц $f_{i,e}$ может быть получена с помощью решения уравнения Фоккера — Планка. В этом уравнении коэффициенты выражаются через интегралы (моменты) от функции распределения f_α , $m^{-6} \cdot c^3$. При этом применяется упрощающее предположение: коэффициенты в операторе столкновений зависят от функции распределения через изотропные потенциалы Розенблюта, т. е. не зависят от угла:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{V}f_\alpha) + \frac{\mathbf{F}_\alpha}{m_\alpha} \nabla_V f_\alpha = \text{St}\{f_\alpha\} - \frac{\mathbf{F}_\alpha}{m_\alpha} \nabla_V f_{M,\alpha};$$

$$\text{St}\{f_\alpha\} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial}{\partial V} \left(V^2 \left[D_{VV}^C \frac{\partial f_\alpha}{\partial V} - (A_V^C + A_V^N) f_\alpha \right] \right) + \frac{1}{V^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(D_{\theta\theta}^C (1 - \mu^2) \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mu} \right).$$

Здесь D_{VV}^C , $D_{\theta\theta}^C$ — коэффициенты кулоновской диффузии [17–21], $m^2 \cdot c^{-3}$; A_V^C — коэффициент кулоновского динамического трения [17–21], $m \cdot c^{-2}$; A_V^N — коэффициент трения за счет упругого ядерного рассеяния, $m \cdot c^{-2}$.

Поскольку функция распределения частиц плазмы лазерного факела в основном близка к максвелловской, для описания коэффициентов диффузии и трения в уравнении Фоккера — Планка можно использовать потенциалы Розенблюта — Трубникова [21–25]:

$$D_{VV}^C = \frac{1}{2V} \sum_b \Gamma_{a/b} \left[\frac{\text{erf}(u_b)}{u_b^2} - \frac{1}{u_b} \frac{\partial}{\partial u_b} \text{erf}(u_b) \right];$$

$$\mathbf{V} \parallel \frac{\mathbf{F}_\alpha}{m_\alpha};$$

$$A_V^C = -\frac{1}{V^2} \sum_b \Gamma_{a/b} \frac{m_a}{m_b} \left[\operatorname{erf}(u_b) - u_b \frac{\partial}{\partial u_b} \operatorname{erf}(u_b) \right],$$

где $\Gamma_{a/b} = \left(\frac{Z_a Z_b e^2}{\epsilon_0} \right)^2 \frac{n_b \Lambda_{a/b}}{4\pi m_a^2}$; e — заряд электрона; m_a, Z_a, n_a — масса, заряд и концентрация частиц рассматриваемого сорта a ; m_b, Z_b, n_b — масса, заряд и концентрация частиц сорта b ; $\Lambda_{a/b}$ — кулоновский логарифм для столкновения частиц сорта a с частицами сорта b ; ϵ_0 — диэлектрическая постоянная; $\operatorname{erf}(u_b)$ — интеграл ошибок; $u_b = \sqrt{m_b V^2 / 2kT_b}$; T_b — температура частиц сорта b ; k — постоянная Больцмана. Граничные условия для функции распределения f_α имеют вид $f_\alpha \rightarrow 0, V \rightarrow \infty$ и $\left. \frac{\partial f_\alpha}{\partial V} \right|_{V=0} = 0$.

Зная сечение упругого ядерного рассеяния [21–25], коэффициент динамического трения A_V^N можно представить в виде $A_V^N = -\frac{1}{2} V \sum_b n_b \langle \sigma V \rangle_b \left(\frac{\delta E}{E} \right)_b$, где $\langle \sigma V \rangle_b$ — произведение сечения рассеяния на скорость «быстрой» частицы; $(\delta E/E)_b$ — доля энергии, передаваемая при рассеянии частице сорта b . Для учета упругого рассеяния на ядрах будем считать, что произведение сечения рассеяния на скорость $\langle \sigma V \rangle_b$ и доля передаваемой энергии $(\delta E/E)_b$ являются постоянными величинами и равны их средним значениям.

В рассматриваемом случае наиболее удобно решать уравнение Больцмана для одночастичной функции распределения f_α в цилиндрической системе координат. В этом случае f_α зависит от расстояния от оси симметрии r мишени МИТС. При этом функция распределения f_α зависит также от угла ψ между вектором \mathbf{V} и осью симметрии мишени и угла ϑ между радиус-вектором, проведенным в исследуемую точку, и проекцией вектора \mathbf{V} на плоскость, перпендикулярную оси симметрии мишени (рис. 1).

Полную производную от f_α можно записать в следующем виде:

$$\frac{df_\alpha}{ds} = \frac{\partial f_\alpha}{\partial r} \frac{dr}{ds} + \frac{\partial f_\alpha}{\partial \psi} \frac{d\psi}{ds} + \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vartheta} \frac{d\vartheta}{ds}.$$

При движении вдоль характеристики s угол ψ не меняется и поэтому $\frac{d\psi}{ds} = 0$. Величины $\frac{dr}{ds}$ и $\frac{d\vartheta}{ds}$ можно найти следующим образом: $\frac{dr}{ds} = \sin \psi \cos \vartheta$, $\frac{d\vartheta}{ds} = -\frac{\sin \psi \sin \vartheta}{V}$, $\frac{d\psi}{ds} = 0$. Выполним замену $\mu = \cos \vartheta$, $\gamma = \cos \psi$, тогда оператор $\nabla \nabla f$ можно представить следующим образом:

$$\mathbf{V}\nabla f = \sqrt{1-\gamma^2} \left(\mu \frac{\partial f_\alpha}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mu} \right), \quad -1 \leq \mu \leq 1, \quad -1 \leq \gamma \leq 1.$$

Поскольку $\gamma = 0$ ($\psi = \pi/2$), можно записать, что $\mathbf{V}\nabla f = \left(\mu \frac{\partial f_\alpha}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mu} \right)$

$$\text{и } \mathbf{V}\nabla_V f_\alpha = \mu \frac{\partial f_\alpha}{\partial V} + \frac{(1-\mu^2)}{V} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mu}.$$

В случае однородного в пространстве электрического поля напряженностью \mathbf{E} функция распределения частиц f_α будет изотропной по всем направлениям движения заряженных частиц, за исключением направления приложенного поля. Тогда, используя сферические координаты в пространстве скоростей, уравнение Фоккера — Планка можно представить следующим образом:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + V \left(\mu \frac{\partial f_\alpha}{\partial r} + \frac{(1-\mu^2)}{r} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mu} \right) + \frac{\mathbf{F}_\alpha}{m_\alpha} \left(\mu \frac{\partial f_\alpha}{\partial V} + \frac{(1-\mu^2)}{V} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mu} \right) = \text{St}\{f_\alpha\} - \mu \frac{\mathbf{F}_\alpha}{m_\alpha} \frac{\partial f_{M,\alpha}}{\partial V},$$

где $V = V_r$ — абсолютная скорость электрона; r — координата вдоль оси с направлением, совпадающим с направлением поля.

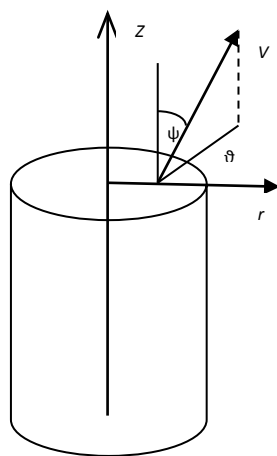


Рис. 1. Пространственное распределение. Система координат для рассматриваемой задачи

Таким образом, в наиболее общем случае функция распределения частиц f_α является функцией четырех переменных: (V, μ, r, t) . В дальнейшем будем предполагать, что в целях упрощения описания силу \mathbf{F}_α можно записать в форме $\mathbf{F}_\alpha \approx q_{i,e} \mathbf{E} + \mathbf{F}_M$ и использовать двучленное приближение (разложение по полиномам Лежандра) для функции распределения $f_\alpha = f_0(V, r, t) + f_1(V, r, t)\mu$, где

$f_0(V, r, t)$ — изотропная часть распределения функции распределения быстрых частиц, а $f_1(V, r, t)$ — анизотропная поправка.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \left(\mu \left(\frac{2\varepsilon}{m_\alpha} \right)^{1/2} \frac{\partial f_\alpha}{\partial r} + \frac{(1-\mu^2)}{r} \left(\frac{2\varepsilon}{m_\alpha} \right)^{1/2} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mu} \right) + \\ & + \mathbf{F}_\alpha \left(\mu \left(\frac{2\varepsilon}{m_\alpha} \right)^{1/2} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \varepsilon} + \frac{(1-\mu^2)}{m_\alpha} \left(\frac{2\varepsilon}{m_\alpha} \right)^{-1/2} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mu} \right) = \text{St}\{f_\alpha\} - \mu \frac{\mathbf{F}_\alpha}{m_\alpha} \frac{\partial f_{M,\alpha}}{\partial V}. \end{aligned}$$

При формулировке уравнений необходимых при определении функций $f_0(V, r, t)$ и $f_1(V, r, t)$ воспользуемся свойством ортогональности (относительно

скалярного произведения $(P_m, P_n) = \int_{-1}^{+1} P_m(x)P_n(x)dx = \delta_{mn}$) полиномов Лежандра:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_0}{\partial t} + \left(\frac{1}{3} \left(\frac{2\varepsilon}{m_\alpha} \right)^{1/2} \frac{\partial f_1}{\partial r} + \frac{2}{3r} \left(\frac{2\varepsilon}{m_\alpha} \right)^{1/2} f_1 \right) + \mathbf{F}_\alpha \left(\frac{1}{3} \left(\frac{2\varepsilon}{m_\alpha} \right)^{1/2} \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon} + \frac{2}{3m_\alpha} \left(\frac{2\varepsilon}{m_\alpha} \right)^{-1/2} f_1 \right) = \\ & = \left(\frac{2m_\alpha}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\varepsilon \left[D_{VV}^C (2\varepsilon m_\alpha)^{1/2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - (A_V^C + A_V^N) f_0 \right] \right) - \frac{\mathbf{F}_\alpha}{m_\alpha} \frac{\partial f_{M,\alpha}}{\partial V}; \\ & \frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{2}{3} \left(\frac{2\varepsilon}{m_\alpha} \right)^{1/2} \frac{\partial f_0}{\partial r} + \mathbf{F}_\alpha \frac{2}{3} \left(\frac{2\varepsilon}{m_\alpha} \right)^{1/2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = \\ & \left(\frac{2m_\alpha}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\varepsilon \left[D_{VV}^C (2\varepsilon m_\alpha)^{1/2} \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon} - (A_V^C + A_V^N) f_1 \right] \right) - \frac{2}{3} \frac{m_\alpha D_{\theta\theta}^C f_1}{\varepsilon}, \end{aligned}$$

где ε — энергия, эВ; $V = \left(\frac{2\varepsilon}{m_\alpha} \right)^{1/2}$; $\langle \text{St} \rangle$, $\langle \mu \text{St} \rangle$ — слагаемое, ответственное за изменение функции распределения $f_\alpha = f_0(V, r, t) + f_1(V, r, t)\mu$ в результате столкновений частиц между собой.

Для получения однозначного решения сформулированной системы уравнений следует применять краевые условия вида $\frac{\partial f_0}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0$, $\frac{\partial f_1}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0$, $\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0} = 0$,

$$\frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0} = 0, \quad f_0 \Big|_{\varepsilon \rightarrow \infty} = 0, \quad f_1 \Big|_{\varepsilon \rightarrow \infty} = 0.$$

Приведенные в настоящей работы выкладки имеют большое практическое значение при плотности потока лазерного излучения $q_{\text{лаз}} > 10^{14}$ Вт/см², что важно для летательных аппаратов (см. рис. 2) — ракетных двигателей и лазерно-плазменных двигателей в частности [26–33].

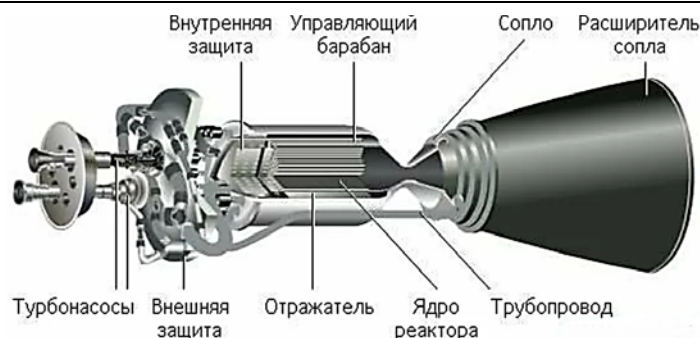


Рис. 2. Схема ракетного двигателя в разрезе

Заключение. Рассмотрены особенности уравнения Фоккера — Планка для лазерной плазмы. Для описания коэффициентов диффузии и трения в уравнении Фоккера — Планка использованы потенциалы Розенблюта — Трубникова. Получено однозначное решение составленной системы уравнений.

Литература

- [1] Чирков А.Ю., Рыжков С.В. Воздействие мощных тепловых и нейтронных потоков на элементы конструкции термоядерных и ядерных энергоустановок. *Ядерная физика и инжиниринг*, 2017, т. 8, № 6, с. 513–522. <http://doi.org/10.1134/S2079562917050050>
- [2] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Thermophysical parameter estimation of a neutron source based on the action of broadband radiation on a cylindrical target. *Fusion Science and Technology*, 2023, vol. 79, pp. 399–406. <http://doi.org/10.1080/15361055.2022.2112037>
- [3] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Calculation of plasma dynamic parameters of the magneto-inertial fusion target with combined exposure. *Physics of Plasmas*, 2019, vol. 26, pp. 092704. <http://doi.org/10.1063/1.5109830>
- [4] Chirkov A.Yu., Ryzhkov S.V., Bagryansky P.A., Anikeev A.V. Plasma kinetics models for fusion systems based on the axially-symmetric mirror devices. *Fusion Science and Technology*, 2011, vol. 59, no. 1T, pp. 39–42. <http://doi.org/10.13182/FST11-A11570>
- [5] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Numerical simulation of pulsed jets of a high-current pulsed surface discharge. *Computational Thermal Sciences*, 2020, vol. 13, pp. 45–56. <http://doi.org/10.1615/ComputThermalScien.2020034742>
- [6] Ryzhkov S.V. Modeling of plasma physics in the fusion reactor based on a field-reversed configuration. *Fusion Science and Technology*, 2009, vol. 55, no. 2T, pp. 157–161. <http://doi.org/10.13182/FST09-A7004>
- [7] Кузенов В.В., Рыжков С.В. Численное моделирование взаимодействия мишени магнитно-инерциального термоядерного синтеза с плазменным и лазерным драйверами. *ТВТ*, 2021, т. 59, № 4, с. 492–501. <http://doi.org/10.31857/S0040364421040141>
- [8] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Estimation of the neutron generation in the combined magneto-inertial fusion scheme. *Physica Scripta*, 2021, vol. 96, pp. 125613. <http://doi.org/10.1088/1402-4896/ac2543>

- [9] Ryzhkov S.V. Comparison of a deuterium-helium-3 FRC and mirror trap for plasma confinement. *Fusion Science and Technology*, 2007, vol. 51, no. 2T, pp. 190–192. <http://doi.org/10.13182/FST07-A1347>
- [10] Mozgovoy A.G., Romadanov I.V., Ryzhkov S.V. Formation of a compact toroid for enhanced efficiency. *Physics of Plasmas*, 2014, vol. 21, art. 022501. <http://doi.org/10.1063/1.4863452>
- [11] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Approximate method for calculating convective heat flux on the surface of bodies of simple geometric shapes. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 815. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/815/1/012024>
- [12] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Evaluation of the possibility of ignition of a hydrogen-oxygen mixture by erosive flame of the impulse laser. *Laser Physics*, 2019, vol. 29, pp. 096001. <https://doi.org/10.1088/1555-6611/ab342d>
- [13] Ryzhkov S.V. Magneto-Inertial Fusion and Powerful Plasma Installations (A Review). *Applied Sciences*, 2023, vol. 13, p. 6658. <https://doi.org/10.3390/app13116658>
- [14] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Varaksin A.Yu. Computational and experimental modeling in magnetoplasma aerodynamics and high-speed gas and plasma flows (A Review). *Aerospace*, 2023, vol. 10, p. 662. <https://doi.org/10.3390/aerospace10080662>
- [15] Кузенов В.В., Рыжков С.В. Плазмодинамическое моделирование взаимодействия импульсных плазменных струй. *Ядерная физика и инжиниринг*, 2018, т. 9, № 1, с. 63–68. <http://doi.org/10.1134/S207956291706015X>
- [16] Кузенов В.В., Рыжков С.В., Фролко П.А., Шумаев В.В. Математическая модель импульсного плазменного двигателя с предионизацией геликонным разрядом. *Труды МАИ*, 2015, № 82. URL: https://trudymai.ru/upload/iblock/24a/kuzenov-ryzhkov-shumaev-frolko_rus.pdf?lang=ru&issue=82 (дата обращения 15.05.2023).
- [17] Ryzhkov S.V., Khvesyuk V.I., Ivanov A.A. Progress in an alternate confinement system called a FRC. *Fusion Science and Technology*, 2018, vol. 43(1T), pp. 304–308. <https://doi.org/10.13182/FST03-A11963620>
- [18] Ryzhkov S.V., Chirkov A.Y., Ivanov A.A. Analysis of the compression and heating of magnetized plasma targets for magneto-inertial fusion. *Fusion Science and Technology*, 2013, vol. 63, pp. 135–138. <https://doi.org/10.13182/FST13-A16889>
- [19] Чирков А.Ю., Рыжков С.В., Багрянский П.А., Анিকেев А.В. Термоядерные режимы аксиально-симметричной открытой системы с мощной инжекцией быстрых частиц. *Прикладная физика*, 2011, № 5, с. 57–63.
- [20] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Numerical simulation of the effect of laser radiation on matter in an external magnetic field. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 830. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/830/1/012124>
- [21] Karney C.F.F. Fokker-Planck and quasilinear codes. *Computer Physics Reports*, 1986, vol. 4 (3–4), pp. 183–244. [https://doi.org/10.1016/0167-7977\(86\)90029-8](https://doi.org/10.1016/0167-7977(86)90029-8)
- [22] Rosenbluth M.N., MacDonald W.M., Judd D.L. Fokker-Planck equation for an inverse-square force. *Phys. Rev.*, 1957, vol. 107, pp. 1–6. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.107.1>
- [23] Трубников Б.А. Приведение кинетического уравнения в случае кулоновских столкновений к дифференциальному виду. *ЖЭТФ*, 1958, т. 34, с. 1341–1343.
- [24] Devaney J.J., Stein M.L. Plasma Energy Deposition from Nuclear Elastic Scattering. *Nuclear Science and Engineering*, 1971, vol. 46 (3), pp. 323–333. <https://doi.org/10.13182/nse71-a22370>

- [25] Леонтович М.А., ред. *Вопросы теории плазмы. Кулоновские столкновения в полностью ионизованной плазме*. Москва, Атомиздат, 1964, вып. 4, с. 81–187.
- [26] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Varaksin A.Yu. Calculation of heat transfer and drag coefficients for aircraft geometric models. *Applied Sciences*, 2022, vol. 12 (21), p. 11011. <https://doi.org/10.3390/app122111011>
- [27] Ryzhkov S.V. Compact toroid and advanced fuel — together to the Moon?! *Fusion Science and Technology*, 2005, vol. 47, no. 1T, pp. 342–344. <http://doi.org/10.13182/FST05-A684>
- [28] Shumeiko A.I., Telekh V.D., Ryzhkov S.V. Probe diagnostics and optical emission spectroscopy of wave plasma source exhaust. *Symmetry*, 2022, vol. 14 (10), art. 1983. <http://doi.org/10.3390/sym14101983>
- [29] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Varaksin A.Yu. The adaptive composite block-structured grid calculation of the gas-dynamic characteristics of an aircraft moving in a gas environment. *Mathematics*, 2022, vol. 10, art. 2130. <http://doi.org/10.3390/math10122130>
- [30] Рыжков С.В., Чирков А.Ю. *Системы альтернативной термоядерной энергетики*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2017, 200 с.
- [31] Рудинский А.В., Ягодников А.В., Рыжков С.В., Онуфриев В.В. Особенности формирования собственного электрического поля низкотемпературной кислород-метановой плазмы. *Письма в ЖТФ*, 2021, т. 47, вып. 10, с. 42–45. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2021.10.50973.18638>
- [32] Рыжков С.В. Моделирование теплофизических процессов в магнитном термоядерном двигателе. *Тепловые процессы в технике*, 2009, № 9, с. 397–400.
- [33] Клименко Г.К., Кузенов В.В., Ляпин А.А., Рыжков С.В. *Расчет, моделирование и проектирование генераторов низкотемпературной плазмы*. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021, 264 с.

Савельев Тимофей Алексеевич — студент кафедры «Теплофизика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Саврицкий Александр Николаевич — студент кафедры «Теплофизика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Назарян Арсен Мигранович — студент кафедры «Теплофизика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Рыжков С.В., доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры «Теплофизика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация. E-mail: svryzhkov@bmmstu.ru. SPIN-код: 8978-9250.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Савельев Т.А., Саврицкий А.Н., Назарян А.М. Нахождение функции распределения частиц на основе уравнения Фоккера-Планка для лазерной плазмы. *Политехнический молодежный журнал*, 2023, № 10 (87). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2023-10-944>

FINDING THE PARTICLES DISTRIBUTION FUNCTION BASED ON THE FOKKER — PLANCK EQUATION FOR THE LASER PLASMA

T.A. Savelyev
A.N. Savritskiy
A.M. Nazaryan

savelevta@student.bmstu.ru
savritskiy@student.bmstu.ru
arsennazaryan20037@gmail.com

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

With high laser intensities of more than 1016–1018 W/cm², it is necessary to take into account the relativistic effects, since the energy of electrons oscillating in the laser radiation field is comparable to the relativistic energies. The fast particles distribution function could be obtained by solving the Fokker — Planck equation. Since distribution function of the plasma particles in a laser plume is close to the Maxwellian, the Rosenbluth — Trubnikov potentials were used to describe the diffusion and friction coefficients in the Fokker — Planck equation. Features of the Fokker — Planck equation were considered, and a unique solution to the compiled system of equations was obtained.

Keywords

Laser plasma, electron and ion acceleration, particles collisions, particles interaction, distribution functions, Fokker — Planck equation, Rosenbluth — Trubnikov potentials, aircraft

Received 13.10.2023
© Bauman Moscow State Technical
University, 2023

References

- [1] Chirkov A.Yu., Ryzhkov S.V. Impact of powerful thermal and neutron fluxes on the structural elements of fusion and fission reactors. *Physics of Atomic Nuclei*, 2018, vol. 81, pp. 1432–1440. <http://doi.org/10.1134/s2079562917050050>
- [2] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Thermophysical parameter estimation of a neutron source based on the action of broadband radiation on a cylindrical target. *Fusion Science and Technology*, 2023, vol. 79, pp. 399–406. <http://doi.org/10.1080/15361055.2022.2112037>
- [3] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Calculation of plasma dynamic parameters of the magneto-inertial fusion target with combined exposure. *Physics of Plasmas*, 2019, vol. 26, pp. 092704. <http://doi.org/10.1063/1.5109830>
- [4] Chirkov A.Yu., Ryzhkov S.V., Bagryansky P.A., Anikeev A.V. Plasma kinetics models for fusion systems based on the axially-symmetric mirror devices. *Fusion Science and Technology*, 2011, vol. 59, no. 1T, pp. 39–42. <http://doi.org/10.13182/FST11-A11570>
- [5] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Numerical simulation of pulsed jets of a high-current pulsed surface discharge. *Computational Thermal Sciences*, 2020, vol. 13, pp. 45–56. <http://doi.org/10.1615/ComputThermalScien.2020034742>
- [6] Ryzhkov S.V. Modeling of plasma physics in the fusion reactor based on a field-reversed configuration. *Fusion Science and Technology*, 2009, vol. 55, no. 2T, pp. 157–161. <http://doi.org/10.13182/FST09-A7004>
- [7] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Numerical modeling of the interaction of a magnetic-inertial thermonuclear fusion target with plasma and laser drivers. *High Temperature*, 2022, vol. 60, pp. S7–S15. <http://doi.org/10.1134/S0018151X21040143>

- [8] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Estimation of the neutron generation in the combined magneto-inertial fusion scheme. *Physica Scripta*, 2021, vol. 96, pp. 125613.
<http://doi.org/10.1088/1402-4896/ac2543>
- [9] Ryzhkov S.V. Comparison of a deuterium-helium-3 FRC and mirror trap for plasma confinement. *Fusion Science and Technology*, 2007, vol. 51, no. 2T, pp. 190–192.
<http://doi.org/10.13182/FST07-A1347>
- [10] Mozgovoy A.G., Romadanov I.V., Ryzhkov S.V. Formation of a compact toroid for enhanced efficiency. *Physics of Plasmas*, 2014, vol. 21, art. 022501.
<http://doi.org/10.1063/1.4863452>
- [11] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Approximate method for calculating convective heat flux on the surface of bodies of simple geometric shapes. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 815. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/815/1/012024>
- [12] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Evaluation of the possibility of ignition of a hydrogen-oxygen mixture by erosive flame of the impulse laser. *Laser Physics*, 2019, vol. 29, pp. 096001. <https://doi.org/10.1088/1555-6611/ab342d>
- [13] Ryzhkov S.V. Magneto-Inertial Fusion and Powerful Plasma Installations (A Review). *Applied Sciences*, 2023, vol. 13, p. 6658. <https://doi.org/10.3390/app13116658>
- [14] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Varaksin A.Yu. Computational and experimental modeling in magnetoplasma aerodynamics and high-speed gas and plasma flows (A Review). *Aerospace*, 2023, vol. 10, p. 662. <https://doi.org/10.3390/aerospace10080662>
- [15] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Plasma dynamics simulation of the interaction of pulsed plasma jets. *Physics of Atomic Nuclei*, 2018, vol. 81, pp. 1460–1464.
<http://doi.org/10.1134/S106377881811011X>
- [16] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Frolko P.A., Shumaev V.V. Mathematical model of a pulsed plasma engine with preionization by a helicon discharge. *Trudy MAI*, 2015, no. 82. (In Russ.). URL: https://trudymai.ru/upload/iblock/24a/kuzenov-ryzhkov-shumaev-frolko_rus.pdf?lang=ru&issue=82 (accessed May 15, 2023).
- [17] Ryzhkov S.V., Khvesyuk V.I., Ivanov A.A. Progress in an alternate confinement system called a FRC. *Fusion Science and Technology*, 2018, vol. 43(1T), pp. 304–308.
<https://doi.org/10.13182/FST03-A11963620>
- [18] Ryzhkov S.V., Chirkov A.Y., Ivanov A.A. Analysis of the compression and heating of magnetized plasma targets for magneto-inertial fusion. *Fusion Science and Technology*, 2013, vol. 63, pp. 135–138. doi.org/10.13182/FST13-A16889
- [19] Chirkov A.Yu., Ryzhkov S.V., Bagryanskiy P.A., Anikeev A.V. Fusion modes of an axially symmetrical mirror trap with the high power injection of fast particles. *Plasma Physics Reports*, 2012, vol. 38, pp. 1025–1031.
- [20] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Numerical simulation of the effect of laser radiation on matter in an external magnetic field. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 830. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/830/1/012124>
- [21] Karney C.F.F. Fokker-Planck and quasilinear codes. *Computer Physics Reports*, 1986, vol. 4 (3–4), pp. 183–244. [https://doi.org/10.1016/0167-7977\(86\)90029-8](https://doi.org/10.1016/0167-7977(86)90029-8)
- [22] Rosenbluth M.N., MacDonald W.M., Judd D.L. Fokker-Planck equation for an inverse-square force. *Phys. Rev.*, 1957, vol. 107, pp. 1–6. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.107.1>
- [23] Trubnikov B.A. Reducing the kinetic equation in the case of coulomb collisions to differential form. *Journal of experimental and theoretical physics*, 1958, vol. 34, pp. 1341–1343. (In Russ.).

- [24] Devaney J.J., Stein M.L. Plasma Energy Deposition from Nuclear Elastic Scattering. *Nuclear Science and Engineering*, 1971, vol. 46 (3), pp. 323–333. <https://doi.org/10.13182/nse71-a22370>
- [25] *Voprosy teorii plazmy. Kulonovskie stolknoveniya v polnost'yu ionizovannoy plazme* [Questions of plasma theory. Coulomb collisions in fully ionized plasma]. Ed. Leontovich M.A. Moscow, Atomizdat Publ., 1964, issue 4, pp. 81–187. (In Russ.).
- [26] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Varaksin A.Yu. Calculation of heat transfer and drag coefficients for aircraft geometric models. *Applied Sciences*, 2022, vol. 12 (21), p. 11011. <https://doi.org/10.3390/app122111011>
- [27] Ryzhkov S.V. Compact toroid and advanced fuel — together to the Moon?! *Fusion Science and Technology*, 2005, vol. 47, no. 1T, pp. 342–344. <http://doi.org/10.13182/FST05-A684>
- [28] Shumeiko A.I., Telekh V.D., Ryzhkov S.V. Probe diagnostics and optical emission spectroscopy of wave plasma source exhaust. *Symmetry*, 2022, vol. 14 (10), art. 1983. <http://doi.org/10.3390/sym14101983>
- [29] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Varaksin A.Yu. The adaptive composite block-structured grid calculation of the gas-dynamic characteristics of an aircraft moving in a gas environment. *Mathematics*, 2022, vol. 10, art. 2130. <http://doi.org/10.3390/math10122130>
- [30] Ryzhkov S.V., Chirkov A.Yu. *Alternative fusion fuels and systems*. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2018, 200 p.
- [31] Rudinskii A.V., Yagodnikov D.A., Ryzhkov S.V., Onufriev V.V. Features of intrinsic electric field formation in low-temperature oxygen–methane plasma. *Technical Physics Letters*, 2021, vol. 47, iss. 7, pp. 520–523. <https://doi.org/10.1134/S1063785021050278>
- [32] Ryzhkov S.V. Modeling of thermophysical processes in a magnetic thermonuclear engine. *Thermal Processes in Engineering*, 2009, no. 9, pp. 397–400. (In Russ.).
- [33] Klimenko G.K., Kuzenov V.V., Lyapin A.A., Ryzhkov S.V. *Raschet, modelirovanie i proektirovanie generatorov nizektemperaturnoy plazmy* [Calculation, modeling and design of low-temperature plasma generators]. Moscow, BMSTU Press, 2021, 264 p. (In Russ.).

Savelyev T.A. — Student, Department of Thermal Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Savritskiy A.N. — Student, Department of Thermal Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Nazaryan A.M. — Student, Department of Thermal Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Ryzhkov S.V., Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Professor of the Department of Thermal Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation. E-mail: svryzhkov@bmstu.ru, SPIN-code: 8978-9250.

Please cite this article in English as:

Savelyev T.A., Savritskiy A.N., Nazaryan A.M. Finding the particles distribution function based on the Fokker — Planck equation for the laser plasma. *Politekhicheskiy molodezhnyy zhurnal*, 2023, no. 10 (87). (In Russ.). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2023-10-944>